

# Reziduová věta a její aplikace

## Zadání

1. Vypočtěte

(a)

$$\int_C \frac{z^2 + 1}{(z - 1)^2(z + 2)} dz,$$

kde  $C$  je kladně orientovaná kružnice o rovnici  $|z| = 3$ ;

(b)

$$\int_C \frac{2z - 1}{z^2(z^3 + 1)} dz,$$

kde  $C$  je kladně orientovaná hranice obdélníka s vrcholy  $1 - \frac{i}{2}$ ,  $2 - \frac{i}{2}$ ,  $1 + i$  a  $2 + i$ ;

(c)

$$\int_C e^{\frac{4}{z-2}} dz,$$

kde  $C$  je kladně orientovaná kružnice o rovnici  $|z - 1| = 3$ .

2. Vypočtěte

(a)

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x^2 - 6x + 25} dx;$$

(b)

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 + 1}{x^4 + 1} dx;$$

(c)

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(x^2 + 1)^3} dx.$$

3. Vypočtěte

(a)

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-2ix}}{(x^2 + 1)(x^2 + 9)} dx;$$

(b)

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin x}{(x^2 - 2x + 2)^2} dx;$$

(c)

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{(2x^2 + 7) \cos x}{x^4 + 5x^2 + 4} dx;$$

(d)

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos(\pi x)}{x^4 + 4} dx.$$

## Výsledky

1. (a)  $2\pi i$ ;  
(b)  $\pi(\sqrt{3} - 3i)$ ;  
(c)  $8\pi i$ .
2. (a)  $\frac{\pi}{4}$ ;  
(b)  $\sqrt{2}\pi$ ;  
(c)  $\frac{3\pi}{8}$ .
3. (a)  $-\frac{\pi}{8e^2} \left( \frac{1}{3e^3} - 1 \right)$ ;  
(b)  $\frac{\pi}{2} e^{-1} (2 \sin 1 + \cos 1)$ ;  
(c)  $\frac{\pi}{3} \left( \frac{5}{e} + \frac{1}{2e^2} \right)$ ;  
(d)  $-\frac{\pi}{4e^\pi}$ .