

FORMÁTY MAT. MODELŮ DYN. SYSTÉMU

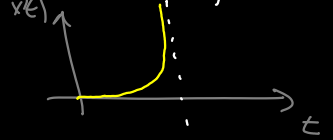
1. STAVOVÉ ROVNICE = explicitní obyč. dif. rovnice 1. řádu

$$\dot{x}(t) = f(x(t), t), \quad x(t_0) \text{ dáno}$$

Lipschitz

$x(t)$
stav

ex. & jednoznačné
(může ale být
jen na konečném
intervalu)



Př.: $\dot{x}(t) = t \cdot \sin(x(t))$

Výstupní rovnice: $y(t) = g(x(t), t)$

často lineární: $y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x$

Více proměnných: $x \in \mathbb{R}^n \dots n = \text{řád systému}$

Řízení: $\dot{x}(t) = f(x(t), \underbrace{u(t)}_{\text{akční zásah (řízení)}}, t) \quad x(t_0) \quad u(t), t \in [t_0, t]$

$x(t)$

LINEÁRNÍ MODEL

$$\dot{x}(t) = A(t) x(t) + B(t) u(t)$$

$$y(t) = C(t) x(t) + D(t) u(t)$$

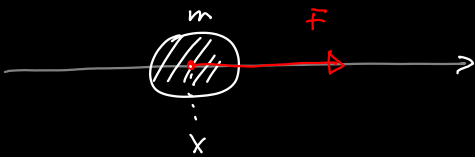
LTV... linear time varying

$$\dot{x}(t) = A x(t) + B u(t)$$

$$y(t) = C x(t) + D u(t)$$

$$g = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$$

Př.:



$$m \ddot{x}(t) = F(t)$$

stavový?

$$x(0) \rightarrow x(t)$$

$$F(\tau) \quad \tau \in [0, t]$$

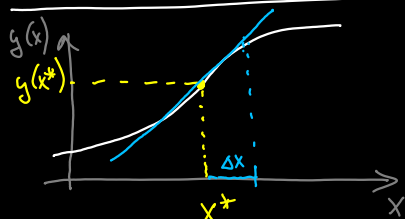
Potřebuji ještě $\dot{x}(0)$!

není stavový

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} x \\ v \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{v} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_A \underbrace{\begin{bmatrix} x \\ v \end{bmatrix}}_{\bar{x}} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix}}_B F$$

LINEARIZACE



$$g(x^* + \Delta x) \approx g(x^*) + g'(x^*) \cdot \Delta x$$

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t))$$

$$(x^* + \Delta x)' \approx f(x^*, u^*) + \frac{\partial f}{\partial x} \bigg|_{x^*, u^*} \Delta x + \frac{\partial f}{\partial u} \bigg|_{x^*, u^*} \Delta u$$

$$\Delta \dot{x} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial u} \end{bmatrix}}_{\text{Jacobian}} \cdot \Delta x + \dots$$

Likmod, trim