

Fourierovy řady

Zadání

1. Nalezněte Fourierovu řadu funkce f , jestliže

(a) $f(t) = t^2, t \in [0, 1)$;

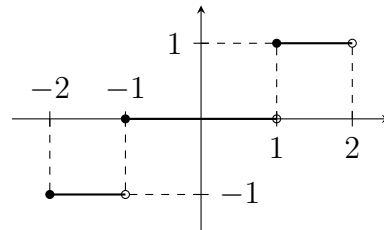
(b) $f(t) = 1 - |t|, t \in [-1, 1)$;

(c) $f(t) = \begin{cases} 0, & t \in [-\pi, 0), \\ \cos t, & t \in [0, \pi); \end{cases}$

(d) $f(t) = e^t, t \in [0, 2)$.

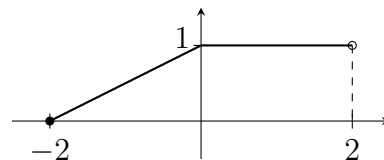
2. Nalezněte součet \mathcal{F}_f Fourierovy řady funkce $f(t) = \max\{1, 2t\}, t \in [-1, 1)$.
Dále určete hodnotu $\mathcal{F}_f\left(\frac{2\pi}{4}\right)$.

3. Nalezněte Fourierovu řadu funkce f zadané grafem



Jaký je součet Fourierovy řady funkce f na intervalu $[6, 10)$?

4. Nalezněte Fourierovu řadu funkce f zadané grafem



Jaký je součet Fourierovy řady funkce f na intervalu $[-14, -10)$?

Výsledky

1. (a) $\frac{1}{3} + \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{k^2\pi^2} \cos(2k\pi t) - \frac{1}{k\pi} \sin(2k\pi t);$
- (b) $\frac{1}{2} + \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{2-2(-1)^k}{k^2\pi^2} \cos(k\pi t);$
- (c) $\sum_{k=2}^{+\infty} \frac{[1+(-1)^k]k}{(k^2-1)\pi} \sin(kt);$
- (d) $\frac{-1+e^2}{2} + \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{-1+e^2}{1+k^2\pi^2} \cos(k\pi t) + \frac{k\pi(1-e^2)}{1+k^2\pi^2} \sin(k\pi t).$

2. $\mathcal{F}_f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ je periodická funkce s periodou 2 taková, že

$$\mathcal{F}_f(t) = \begin{cases} 1, & t \in [-1, \frac{1}{2}), \\ 2t, & t \in [\frac{1}{2}, 1). \end{cases}$$

$$\mathcal{F}_f\left(\frac{27}{4}\right) = \frac{3}{2}.$$

3. $\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{-2(-1)^k + 2\cos(\frac{k\pi}{2})}{k\pi} \sin\left(\frac{k\pi t}{2}\right)$ a

$$\mathcal{F}_f(t) = \begin{cases} -1, & t \in (6, 7), \\ -\frac{1}{2}, & t = 7, \\ 0, & t \in (7, 9) \cup \{6\}, \\ \frac{1}{2}, & t = 9, \\ 1, & t \in (9, 10). \end{cases}$$

4. $\frac{3}{4} + \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1-(-1)^k}{k^2\pi^2} \cos\left(\frac{k\pi t}{2}\right) + \frac{(-1)^{k+1}}{k\pi} \sin\left(\frac{k\pi t}{2}\right)$ a

$$\mathcal{F}_f(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & t = -14, \\ \frac{1}{2}(t+12) + 1, & t \in (-14, -12), \\ 1, & t \in [-12, -10). \end{cases}$$