

Semestrální test (Varianta A)

Cvičení:

Jméno a příjmení:

Podpis:

Příklad	1.	2.	3.	4.	Σ
Body					

Před zahájením práce

- Vyplněte čitelně rubriky „Cvičení“ a „Jméno a příjmení“. Podepište se.
- **Veškeré své odpovědi zdůvodněte.**

Zadání

1. [5 bodů] Je dána funkce

$$f(x, y) = x \sin(\pi y) - \ln x.$$

- (a) Určete jednotkový směr největšího růstu funkce f v bodě $(1, 2)$.
(b) Nalezněte Taylorův polynom prvního řádu funkce f v bodě $(1, 2)$.

2. [5 bodů] Na křivce o rovnici

$$x^2 + 2xy + 5y^2 = 1$$

nalezněte nejnižší bod (tj. bod s nejmenší druhou souřadnicí).

3. [5 bodů] Záměnou pořadí integrace vypočtete integrál

$$\int_0^1 \int_{\sqrt{y}-2}^{-1} \frac{x}{(x+2)^2} dx dy.$$

4. [5 bodů] Je dána mocninná řada

$$\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{2^k}{k!} x^{2k+3}.$$

Určete její poloměr konvergence a nalezněte její součet na intervalu konvergence.

Semestrální test (Varianta B)

Cvičící:

Jméno a příjmení:

Podpis:

Příklad	1.	2.	3.	4.	Σ
Body					

Před zahájením práce

- Vyplňte čitelně rubriky „Cvičící“ a „Jméno a příjmení“. Podepište se.
- **Veškeré své odpovědi zdůvodněte.**

Zadání

1. [5 bodů] Je dána funkce

$$f(x, y) = \ln(x^2 + y^2 - 1).$$

- (a) Nalezněte definiční obor funkce f a hladinu funkce f výšky 0, kterou načrtněte.
(b) Ať $\varphi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ je třídy C^1 , $\varphi(3) = (-1, 1)$, $\varphi'(3) = (1, 3)$ a $g(t) = f(\varphi(t))$. Pomocí řetízkového pravidla vypočtěte $g'(3)$.

2. [5 bodů] Nalezněte a klasifikujte všechny stacionární body funkce

$$f(x, y) = x^4 - 2xy + y^2$$

3. [5 bodů] Vypočtěte integrál

$$\int_0^1 \int_{-x+1}^{\sqrt{1-x^2}} \frac{x+y}{x^2+y^2} dy dx$$

pomocí vyjádření v polárních souřadnicích tak, aby vnitřní integrace byla přes proměnnou r .

4. [5 bodů] Nalezněte rozvoj funkce

$$f(x) = \frac{1}{2x-1}.$$

do mocninné řady se středem v bodě 3 a určete jeho poloměr konvergence.

Semestrální test (Varianta C)

Cvičení:

Jméno a příjmení:

Podpis:

Příklad	1.	2.	3.	4.	Σ
Body					

Před zahájením práce

- Vyplněte čitelně rubriky „Cvičení“ a „Jméno a příjmení“. Podepište se.
- **Veškeré své odpovědi zdůvodněte.**

Zadání

1. [5 bodů] Je dána funkce

$$f(x, y) = \sqrt{x}e^{x-y}.$$

(a) Nalezněte $\nabla f(4, 4)$.

(b) Nalezněte Taylorův polynom prvního řádu funkce f v bodě $(4, 4)$ a využijte ho k aproximaci hodnoty $f\left(\frac{41}{10}, \frac{41}{10}\right)$.

2. [5 bodů] Nalezněte délky x, y stran obdélníka tak, aby měl obdélník co největší obsah a platilo

$$x^2 + 3y^2 = 1.$$

3. [5 bodů] Záměnou pořadí integrace vypočtěte

$$\int_0^1 \int_{\frac{1}{2}}^1 x \sin(\pi x) dx dy + \int_1^2 \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{y}} x \sin(\pi x) dx dy.$$

4. [5 bodů] Je dána mocninná řada

$$\sum_{k=0}^{+\infty} (-3)^k (x+1)^{k+1}.$$

Určete její poloměr konvergence a nalezněte její součet na intervalu konvergence.

Semestrální test (Varianta D)

Cvičící:

Jméno a příjmení:

Podpis:

Příklad	1.	2.	3.	4.	Σ
Body					

Před zahájením práce

- Vyplňte čitelně rubriky „Cvičící“ a „Jméno a příjmení“. Podepište se.
- **Veškeré své odpovědi zdůvodněte.**

Zadání

1. [5 bodů] Je dána funkce

$$f(x, y) = \frac{x - y^2}{x + y}.$$

- (a) Nalezněte definiční obor funkce f a hladinu funkce f výšky 1, kterou načrtněte.
(b) Ať $\varphi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ je třídy C^1 , $\varphi(0) = (-2, 1)$, $\varphi'(0) = (-5, 2)$ a $g(t) = f(\varphi(t))$. Pomocí řetízkového pravidla vypočtěte $g'(0)$.

2. [5 bodů] Nalezněte a klasifikujte všechny stacionární body funkce

$$f(x, y) = xy^2 - x^2 + 2xy - 3x$$

3. [5 bodů] Vypočtěte integrál

$$\int_{-1}^0 \int_{-\sqrt{2-y^2}}^y y \, dx \, dy$$

pomocí vyjádření v polárních souřadnicích tak, aby vnitřní integrace byla přes proměnnou r .

4. [5 bodů] Nalezněte rozvoj funkce

$$f(x) = \frac{2}{1-x}.$$

do mocninné řady se středem v bodě -1 a určete jeho poloměr konvergence.