

Opravný zápočtový test

Identifikační číslo: 1

Jméno:

1. [5 bodů] Je dána funkce

$$f(x, y) = \frac{2x + y + 1}{x^2 + 1}.$$

(a) Nalezněte hladinu funkce f výšky 1 a nakreslete ji.

(b) Ať $g(t) = f(\varphi(t))$ a $\varphi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ je funkce třídy C^1 splňující $\varphi'(-2) = (1, 2)$ a $\varphi(-2) = (1, 1)$. Vypočtěte $g'(-2)$.

2. [5 bodů] Klasifikujte stacionární body funkce

$$f(x, y) = x^4 + y^2 - xy.$$

3. [5 bodů] Vypočtěte integrál

$$\int_{-2}^2 \int_{-\sqrt{8-x^2}}^{-2} \frac{y}{x^2 + y^2} dy dx$$

pomocí vyjádření v polárních souřadnicích tak, aby vnitřní integrace byla přes proměnnou r .

4. [5 bodů] Vypočtěte křivkový integrál vektorového pole $\mathbf{F}(x, y) = (x - 1, xy)$ podél křivky

$$C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x - 1)^2 + y^2 = 4, y \geq 0\}$$

orientované tak, že její počáteční bod je $(3, 0)$ a koncový bod je $(-1, 0)$.

Veškeré své odpovědi zdůvodněte.