

**Komplexní analýza 2025/2026**  
**Dobrovolná domácí cvičení 10**

**Úloha 1.** *Nalezněte Fourierův obraz  $\hat{y}(\omega)$  řešení integrodiferenciální rovnice*

$$y'(t) + \int_{-\infty}^{\infty} y(\tau) e^{-3(t-\tau)} \mathbb{1}(t-\tau) d\tau = \frac{1}{1+t^2}.$$

*[Využijte skutečností, že  $\mathcal{F}[\frac{1}{1+t^2}](\omega) = \pi e^{-|\omega|}$  a  $\mathcal{F}[e^{-3t} \mathbb{1}(t)](\omega) = \frac{1}{3+i\omega}$ .]*

**Úloha 2.** *Určete řešení  $y(t)$  diferenciální rovnice, víte-li že její Fourierův obraz je*

$$\hat{y}(\omega) = \frac{i}{(\omega^2 + 4i\omega - 3)(\omega + i)}.$$

**Úloha 3.** *Určete spojitou funkci  $f(t) \in L^1(\mathbb{R})$ , víte-li, že*

$$\hat{g}(\omega) = \frac{1}{(\omega - 2 + i)^2} \quad \text{a} \quad \widehat{f * g}(\omega) = \frac{1}{(\omega^2 - 4\omega + 5)^2(\omega + 2i)}.$$