



# 3. PŘEDNÁŠKA – Aditivní syntéza

- **Hudební nástroje podle vzniku zvuku**
- **Fourierovy řady**
  - Harmonická analýza v MATLABu
  - Barva = obsah spektrálních složek
- **Aditivní syntéza**
  - Implementace aditivní syntézy v MATLABu



# Hudební nástroje podle vzniku zvuku

- **Strunné nástroje**
  - zdrojem zvuku je napnutá chvějící se struna
- **Dechové nástroje**
  - zvuk vzniká rozechvíváním vzduchu
- **Bicí nástroje**
  - zvuk vzniká mechanickým působením



# Hudební nástroje podle vzniku zvuku

- **Strunné nástroje**

- zdrojem zvuku je napnutá chvějící se struna
  - **smyčcové**  
struny rozechvívá smyčec  
( housle, viola, violoncello, kontrabas)
  - **drnkací**  
struny se rozechvívají trsátkem nebo prsty  
( kytara, harfa, cembalo)
  - **kladívkové**  
struny se rozechvívají kladívkem  
( piano, cimbál)

# Hudební nástroje podle vzniku zvuku

- **Strunné nástroje – smyčcové**

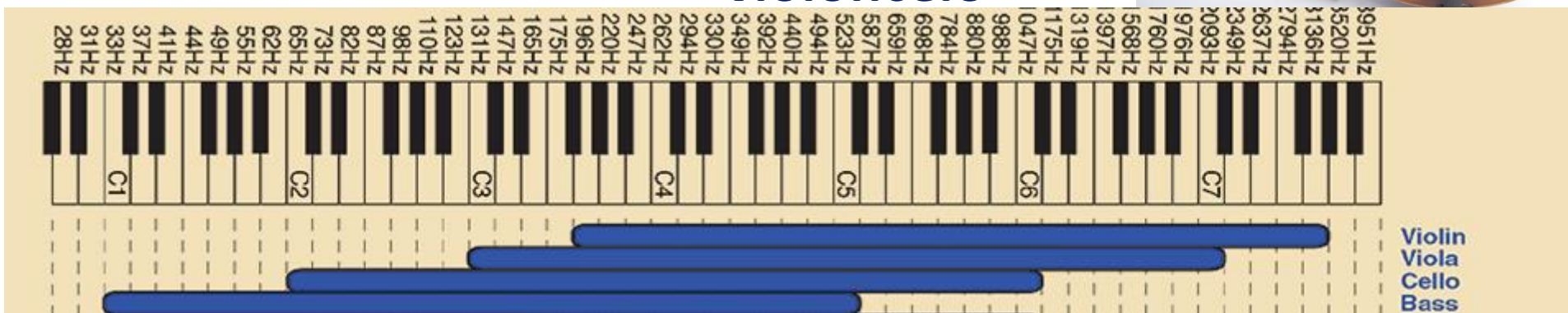
– housle      – viola



– violoncelo



– kontrabas



# Hudební nástroje podle vzniku zvuku

- **Strunné nástroje – drnkací**



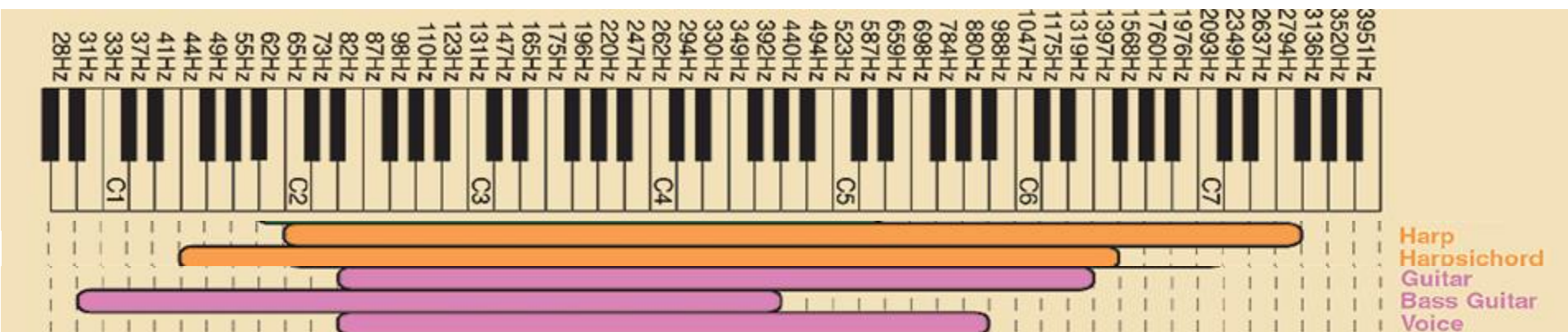
– harfa



– cembalo



– kytara





# Hudební nástroje podle vzniku zvuku

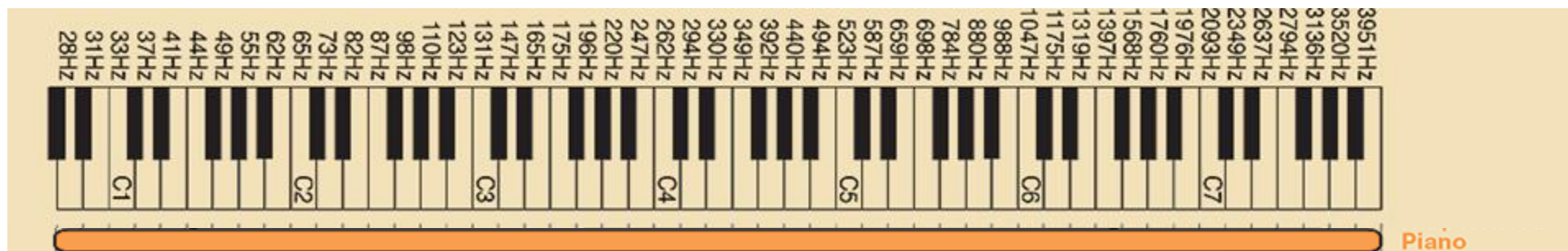
- Strunné nástroje – kladívkové



– klavír



– cimbál





# Hudební nástroje podle vzniku zvuku

- **Dechové nástroje**

- zvuk vzniká rozechvívání vzduchu

- **dřevěné**

- (flétna, hoboj, klarinet, fagot)

- **žest'ové**

- (trubka, pozoun, tuba, lesní roh)

- **vícehlasé**

- (varhany, akordeon, Panova flétna)

# Hudební nástroje podle vzniku zvuku

## • Dechové nástroje – dřevěné

– flétna



– hoboj



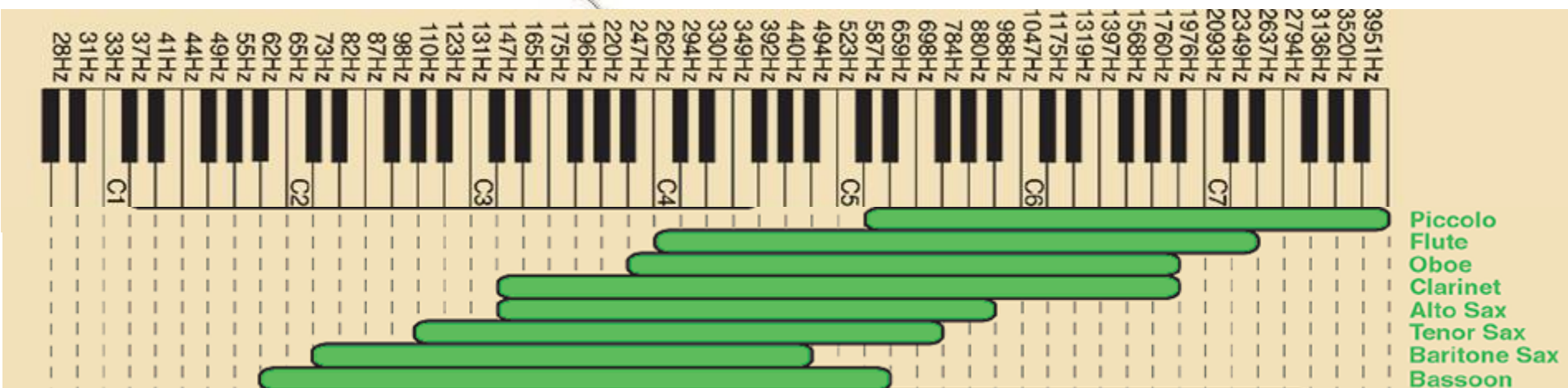
– saxofon



– klarinet



– fagot



# Hudební nástroje podle vzniku zvuku

- **Dechové nástroje – žest'ové**

– trubka



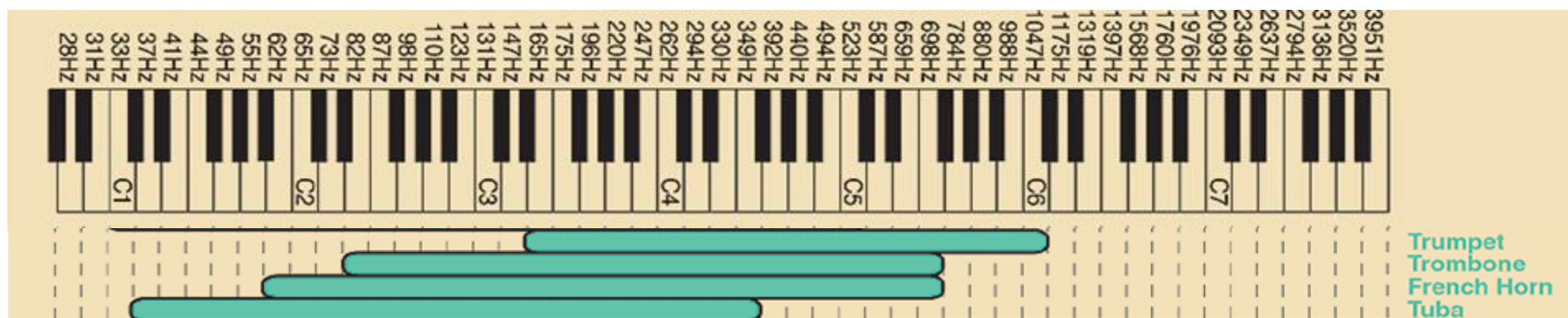
– trombon



– lesní roh



– tuba



# Hudební nástroje podle vzniku zvuku

- **Dechové nástroje – vícehlasé**



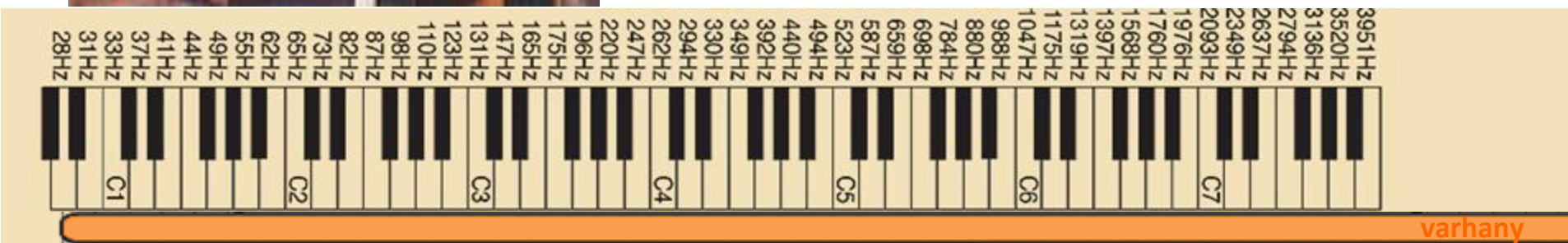
– varhany



– Panova flétna



– Akordeon



varhany

Pian



# Hudební nástroje podle vzniku zvuku

- **Bicí nástroje**

- zvuk vzniká mechanickým půdobením

- **blanozvučné**

- zvuk vzniká mechanickým působením  
(tympány, malý buben, velký buben)

- **samozvučné**

- zvuk vzniká vibrací samotného materiálu  
(triangl, činely)

# Hudební nástroje podle vzniku zvuku

- **Bicí nástroje – blanozvučné**



– tamburína



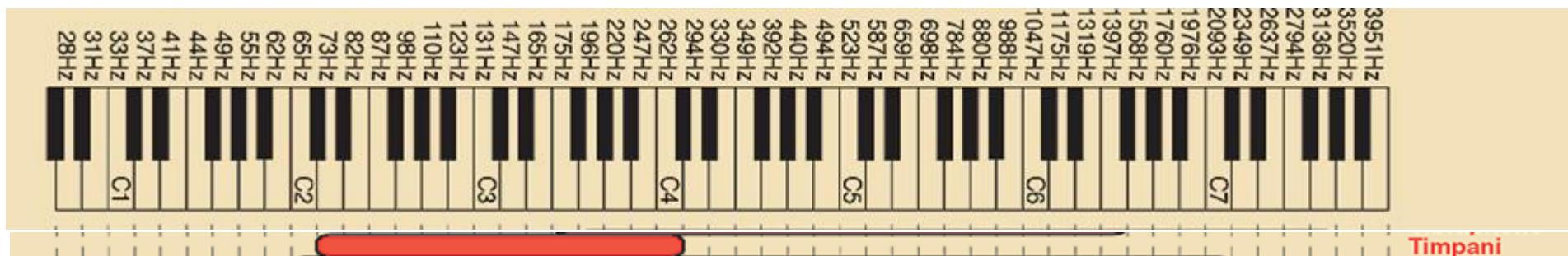
– tympány



– malý buben



– velký buben



# Hudební nástroje podle vzniku zvuku

- Bicí nástroje – samozvučné



– triangel



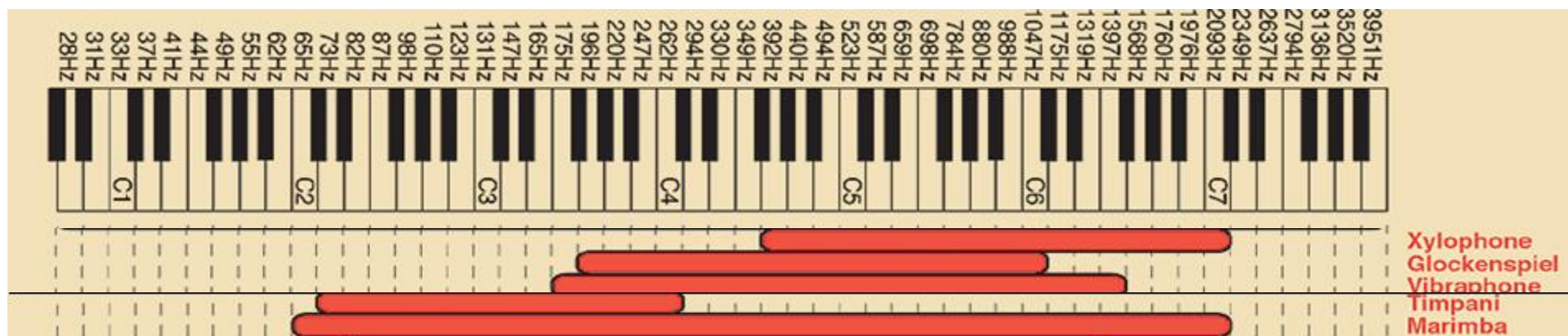
– činely



– xylofon

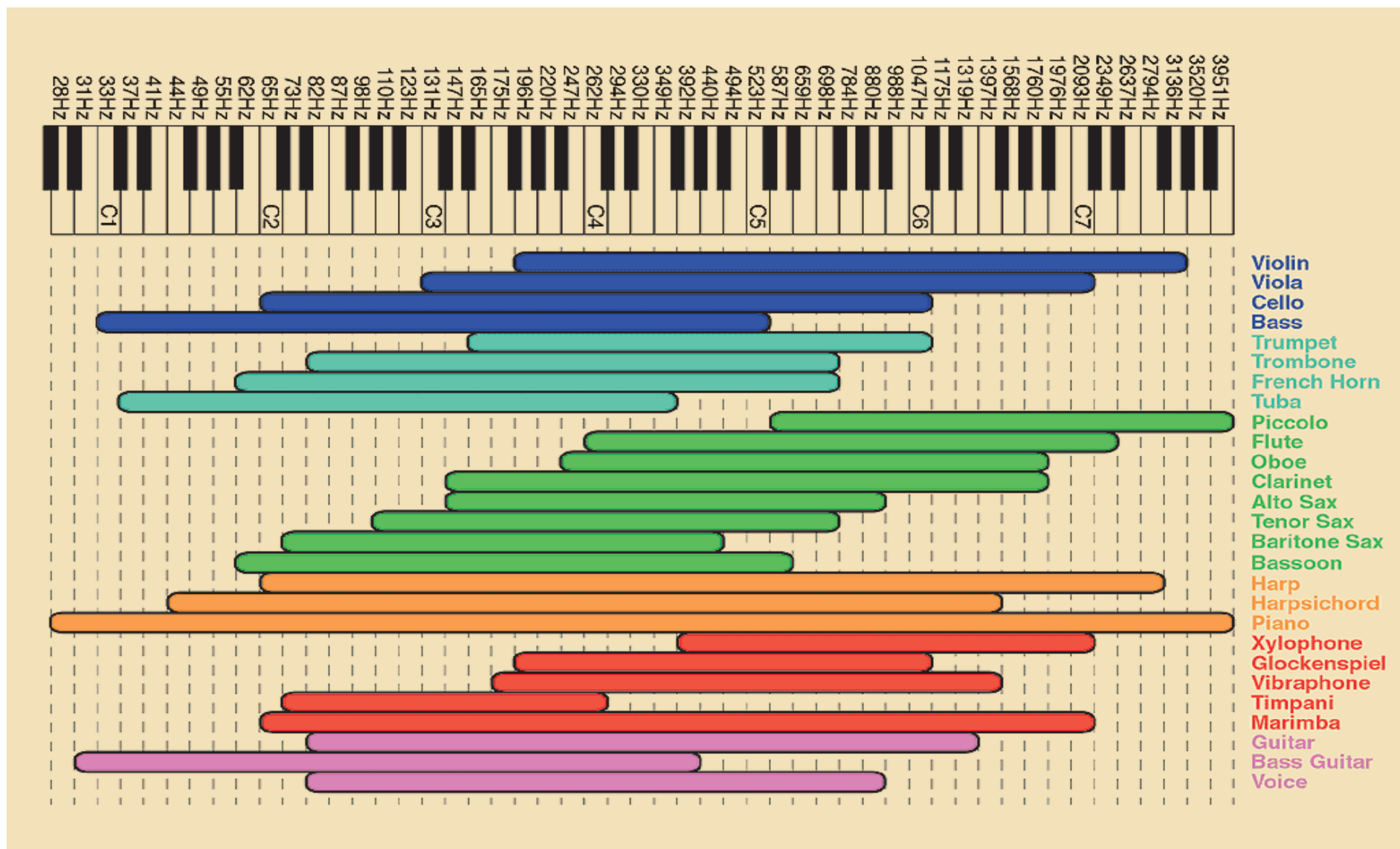


– zvonky



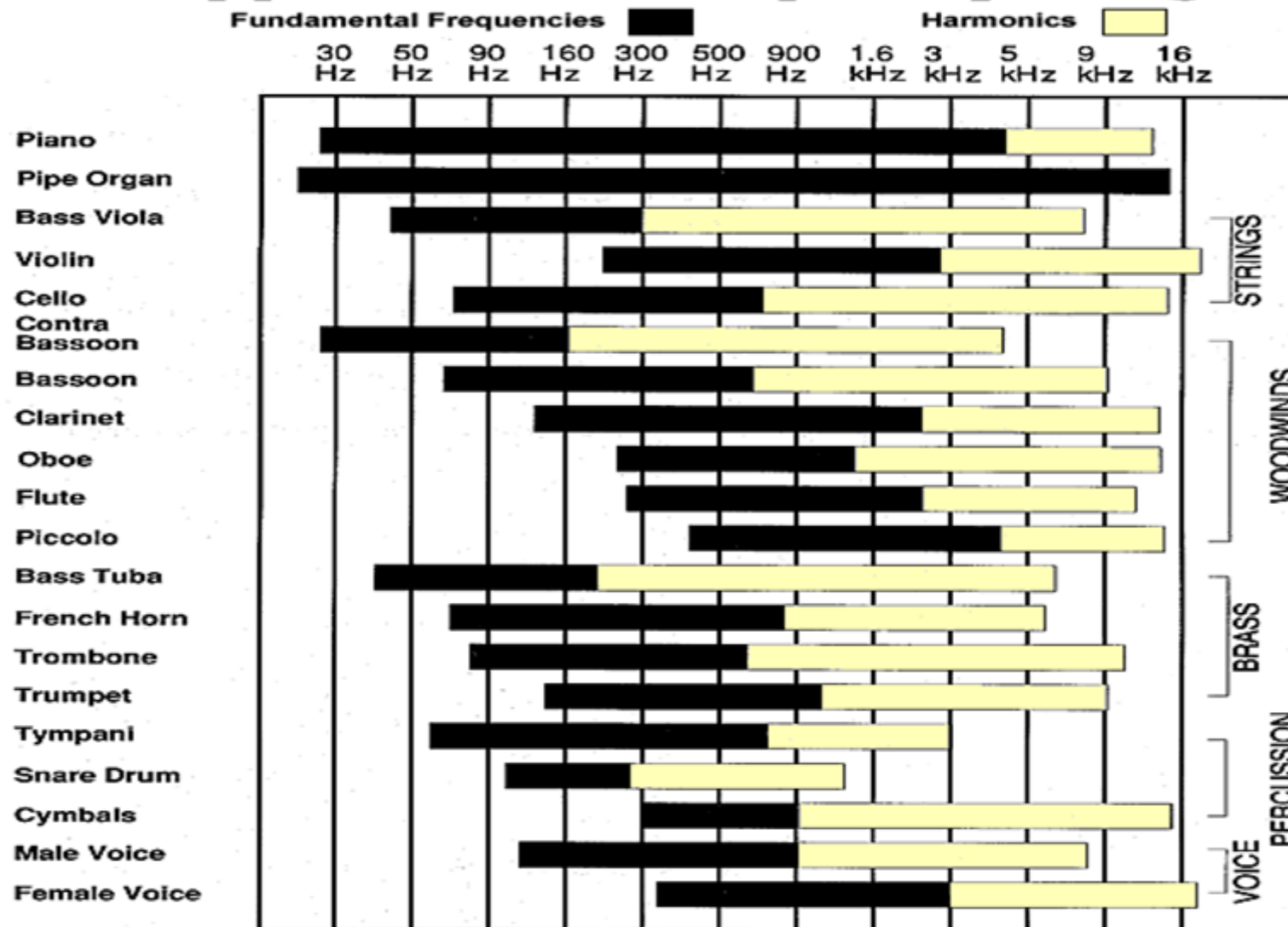


# Hudební nástroje podle vzniku zvuku



# Hudební nástroje podle vzniku zvuku

## Approximate Frequency Ranges





# Fourierovy řady

- Každou periodickou funkci  $x(t) = x(t + nT)$  která splňuje tzv. **Dirichletovy podmínky** lze vyjádřit pomocí **Fourierovy řady**.

## **Dirichletovy podmínky – funkce musí:**

- být jednoznačná a konečná
- mít konečný počet nespojitostí
- mít konečný počet maxim a minim

# Fourierovy řady

- **Jean Baptiste Fourier**  
(francouzský matematik, 1768–1830)



- **Harmonická analýza**  
Jakýkoliv *periodický* signál lze rozložit na jednotlivé harmonické složky.

- **Harmonická syntéza**  
kombinací harmonických složek lze vytvořit prakticky libovolný *periodický* signál.



# Fourierovy řady

## • Fourierovy řady – goniometrický tvar

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} [a_k \cos(k\omega_0 t) + b_k \sin(k\omega_0 t)]$$

$$\frac{a_0}{2}$$

... stejnosměrná složka

$$a_k, b_k$$

... koeficienty Fourierovy řady

$$k$$

... pořadí harmonické složky

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$$

$$\frac{a_0}{2} = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt$$

$$b_k = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \sin(k\omega_0 t) dt$$

$$a_k = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \cos(k\omega_0 t) dt$$

# Fourierovy řady

- Fourierovy řady – amplitudový (spektrální) tvar

$$x(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_{mk} \cos(k\omega_0 t + \phi_k)$$

$A_{mk}$  ... amplituda  $k$ -té spektrální složky

$\phi_k$  ... fáze  $k$ -té spektrální složky

$$A_{mk} = \sqrt{a_k^2 + b_k^2} \quad \text{tg } \phi_k = -\frac{b_k}{a_k} \quad A_0 = \frac{a_0}{2}$$

$$a_k = A_{mk} \cos \phi_k \quad b_k = -A_{mk} \sin \phi_k$$



# Fourierovy řady

- Fourierovy řady – komplexní (exponenciální) tvar

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \mathbf{C}_k e^{jk\omega_0 t}$$

$\mathbf{C}_k$  ... komplexní koeficient  $\mathbf{C}_k = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) e^{-jk\omega_0 t} dt$

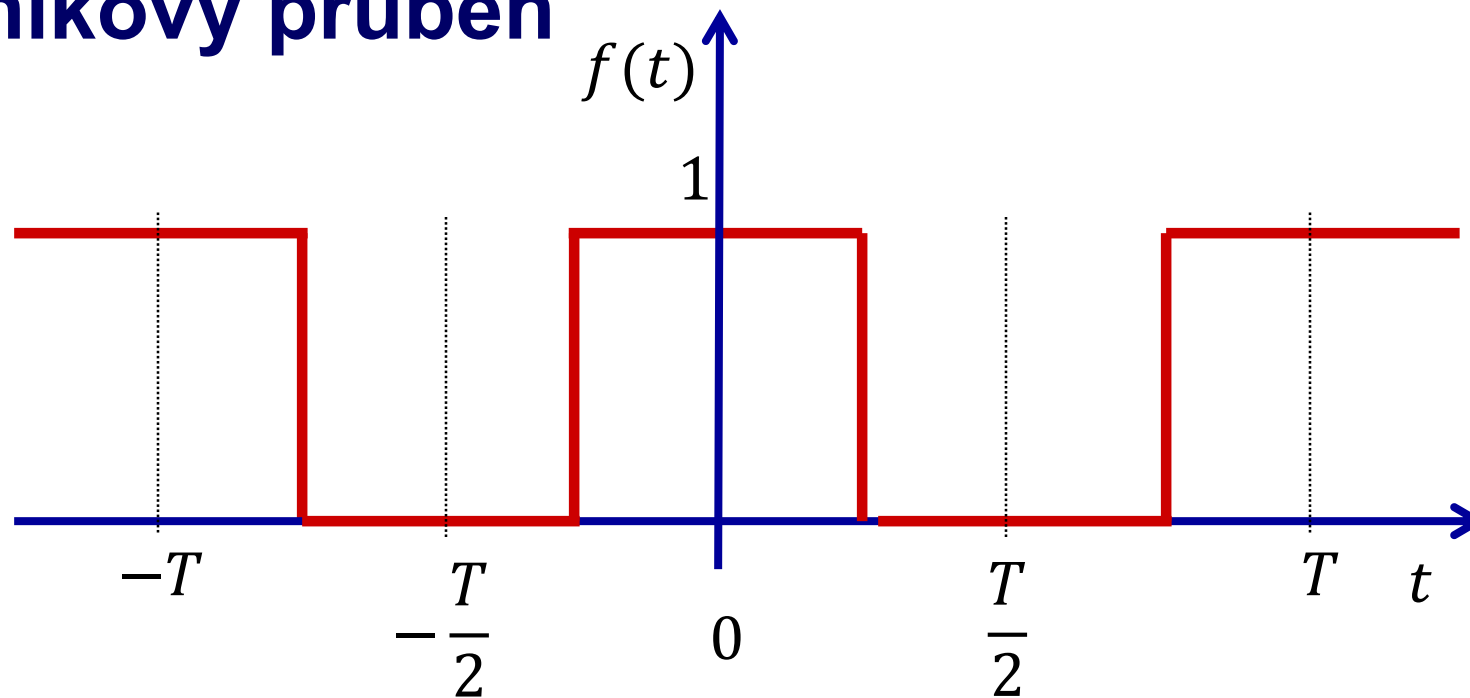
$$\mathbf{C}_k = \frac{1}{2} (a_k - jb_k)$$

$$A_{mk} = 2|\mathbf{C}_k|$$



# Fourierovy řady

- Obdélníkový průběh



*Fourierova řada ?*

$$\frac{a_0}{2} = ?$$

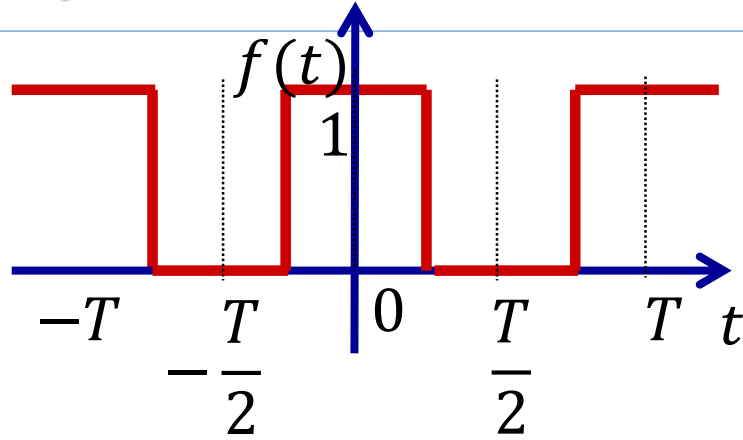
$$a_k = ?$$

$$b_k = ?$$

$$T \Rightarrow \omega_0 = \frac{2\pi}{T}$$

# Fourierovy řady

## • Obdélníkový průběh



$$\frac{a_0}{2} = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{4}}^{\frac{T}{4}} 1 dt$$

$$= \frac{1}{T} \left[ \frac{T}{4} + \frac{T}{4} \right] = \frac{1}{2}$$

$$a_k = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{4}}^{\frac{T}{4}} 1 \cos(k\omega_0 t) dt = \frac{2}{Tk\omega_0} [\sin(k\omega_0 t)]_{-\frac{T}{4}}^{\frac{T}{4}}$$

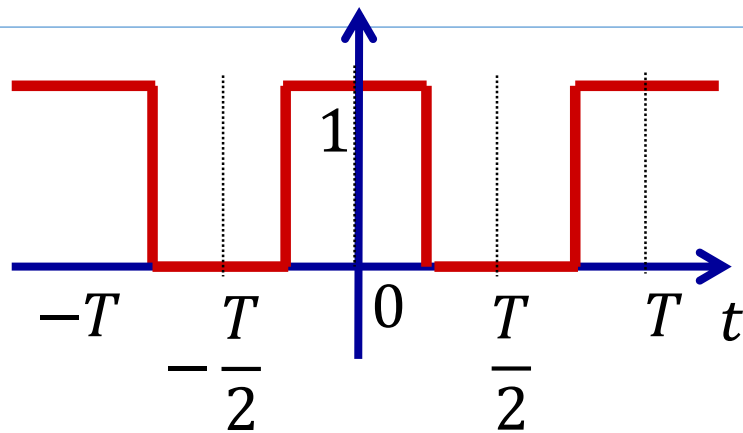
$$= \frac{1}{k\pi} [\sin(k\omega_0 t)]_{-\frac{T}{4}}^{\frac{T}{4}} = \frac{1}{k\pi} \left[ \sin\left(k \frac{2\pi T}{T} \frac{1}{4}\right) - \sin\left(k \frac{2\pi T}{T} \left(-\frac{1}{4}\right)\right) \right]$$

$$= \frac{1}{k\pi} \left[ \underbrace{\sin\left(k \frac{\pi}{2}\right)}_A - \underbrace{\sin\left(k \left(-\frac{\pi}{2}\right)\right)}_B \right] \quad C$$

$k$	A	B	C
1, 5, 9, ...	1	1	2
2, 4, 6, ...	0	0	0
3, 7, 11, ..	-1	-1	-2

# Fourierovy řady

- Obdélníkový průběh



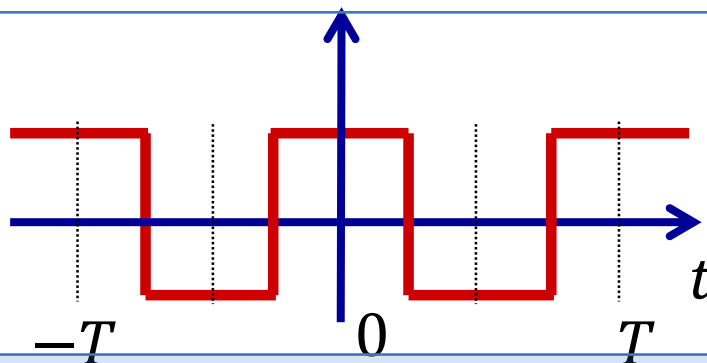
$$\begin{aligned} b_k &= \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{4}}^{\frac{T}{4}} 1 \sin(k\omega_0 t) dt = \frac{2}{Tk\omega_0} [-\cos(k\omega_0 t)]_{-\frac{T}{4}}^{\frac{T}{4}} \\ &= \frac{1}{k\pi} \left[ -\cos\left(k \frac{2\pi T}{T} \frac{T}{4}\right) + \cos\left(k \frac{2\pi}{T} \left(-\frac{T}{4}\right)\right) \right] \\ &= \frac{1}{k\pi} \left[ -\cos\left(k \frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(k \left(-\frac{\pi}{2}\right)\right) \right] = 0 \end{aligned}$$

Pro všechny sudé harmonické složky

# Fourierovy řady

## Symetričnost funkcí

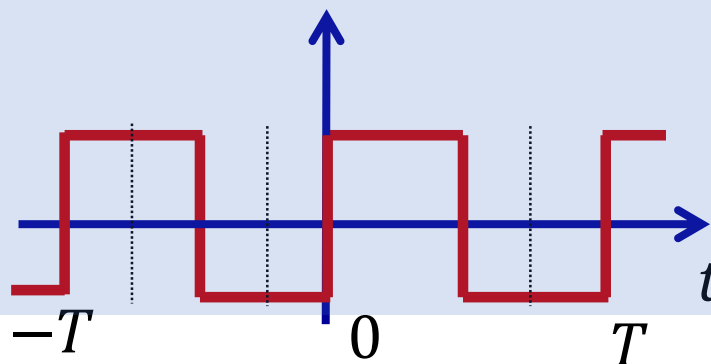
### Sudé funkce



Obsahuje pouze  
**kosinové složky**

### Liché funkce

$$x(t) = -x(-t)$$



Obsahuje pouze  
**sinové složky**

### Antiperiodické funkce (půl-vlnná symetrie)

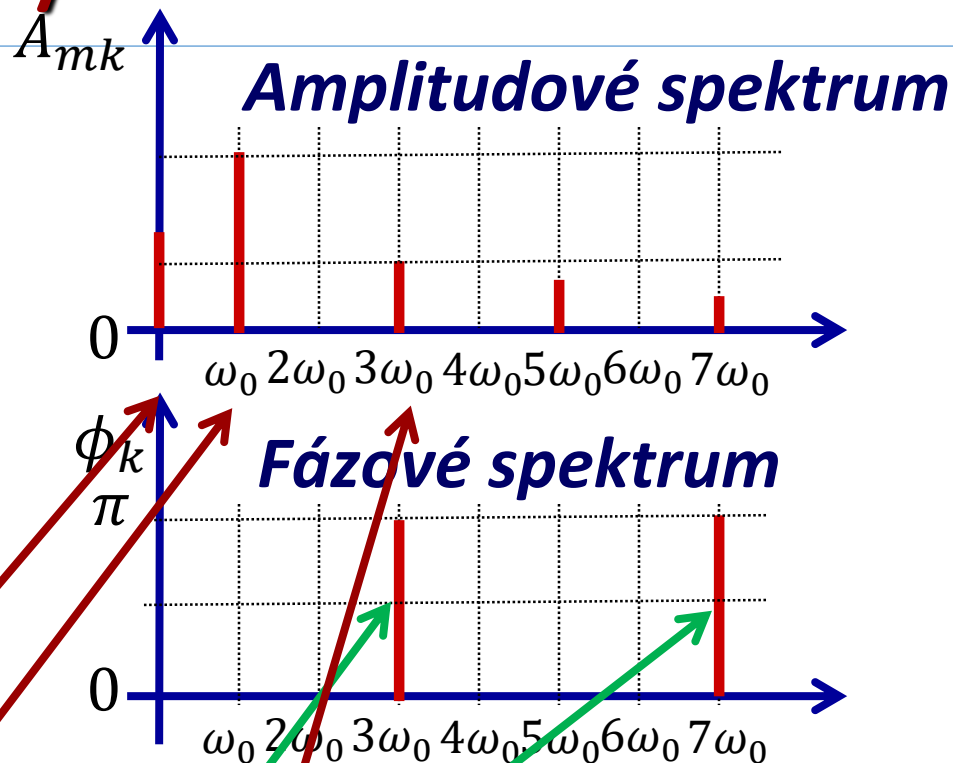
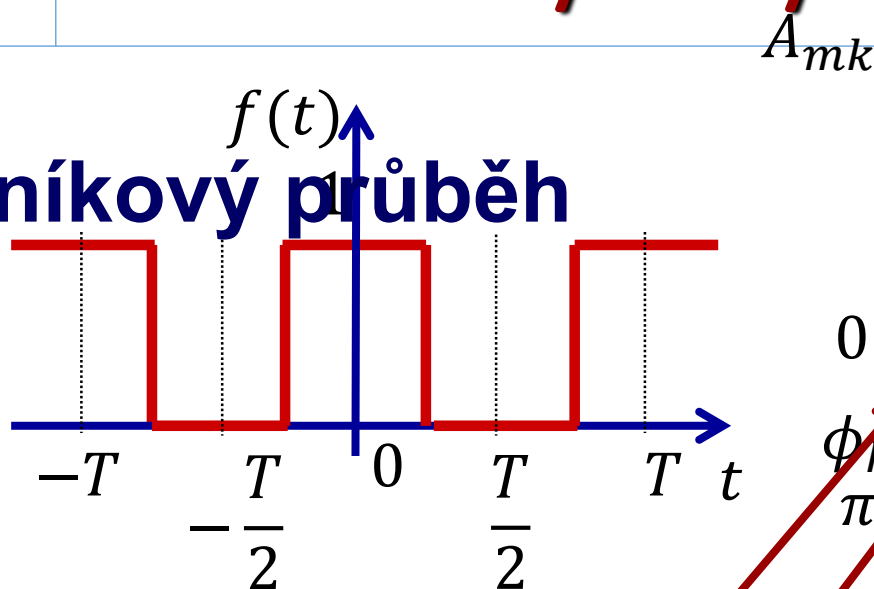
$$x(t) = -x\left(t + \frac{T}{2}\right)$$

Obsahuje pouze  
**liché harmonické  
složky**



# Fourierovy řady

## • Obdélníkový průběh

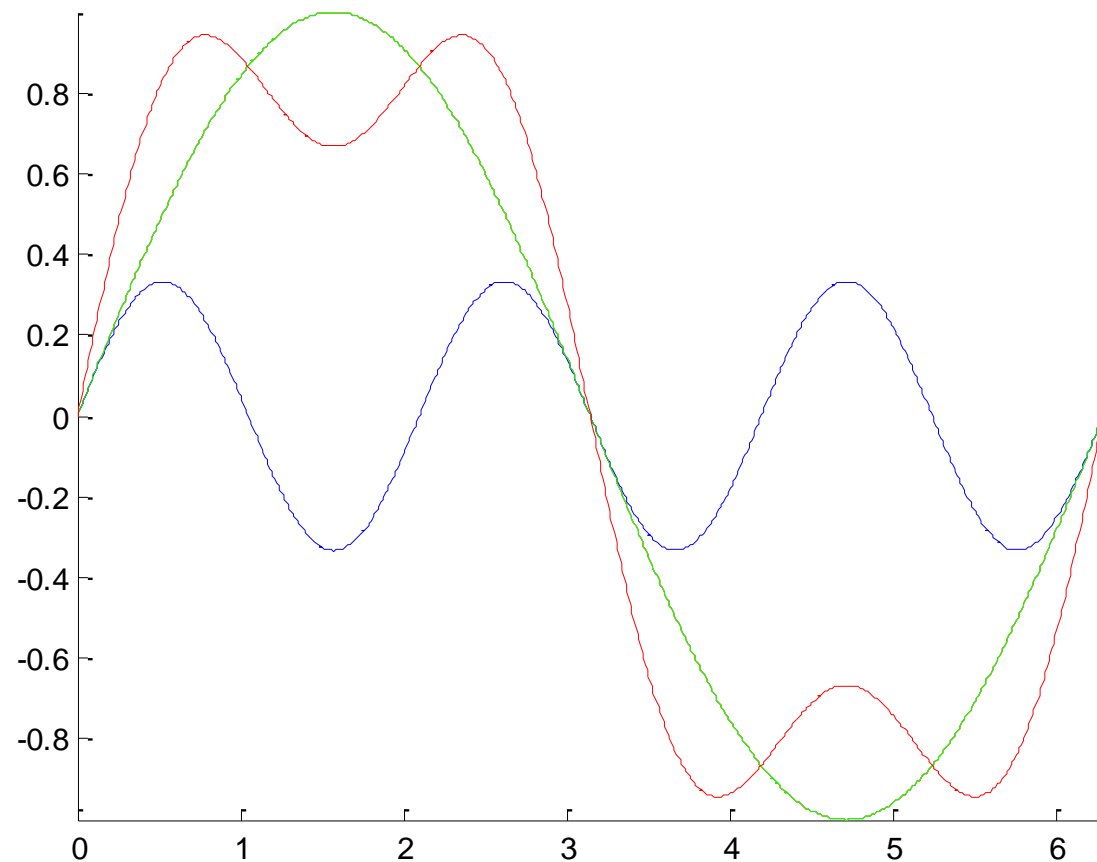


$$f(t) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \cos(\omega_0 t) - \frac{2}{3\pi} \cos(3\omega_0 t) + \frac{2}{5\pi} \cos(5\omega_0 t) - \frac{2}{7\pi} \cos(7\omega_0 t) + \dots$$

$$x(t) = \frac{1}{2} + \sin\left(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{2}{3\pi} \sin\left(3\omega_0 t - \frac{\pi}{2}\right) + \frac{2}{5\pi} \sin\left(5\omega_0 t + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{2}{7\pi} \sin\left(7\omega_0 t - \frac{\pi}{2}\right)$$

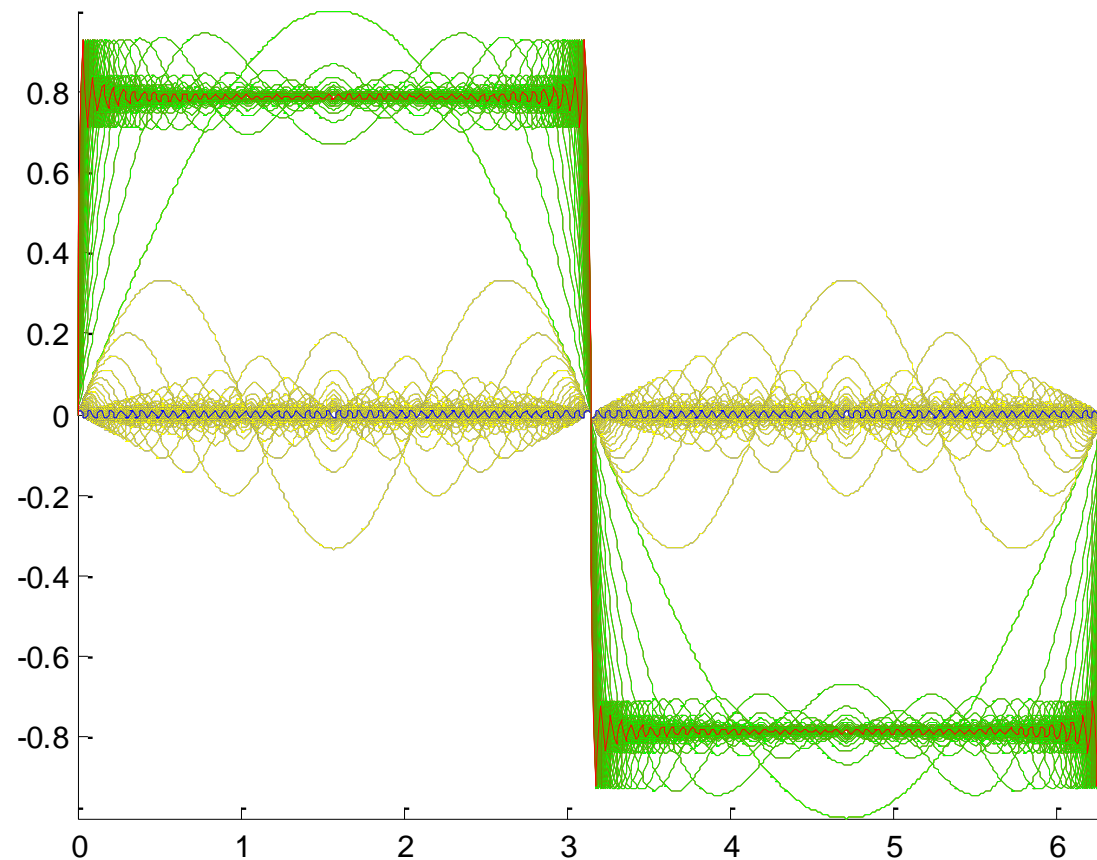


- **Obdélníkový průběh**



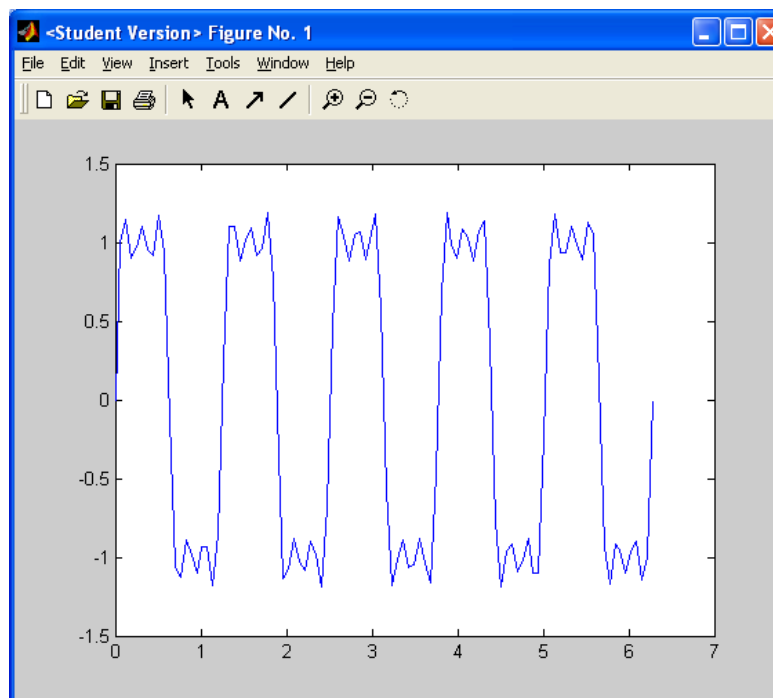


- **Obdélníkový průběh**



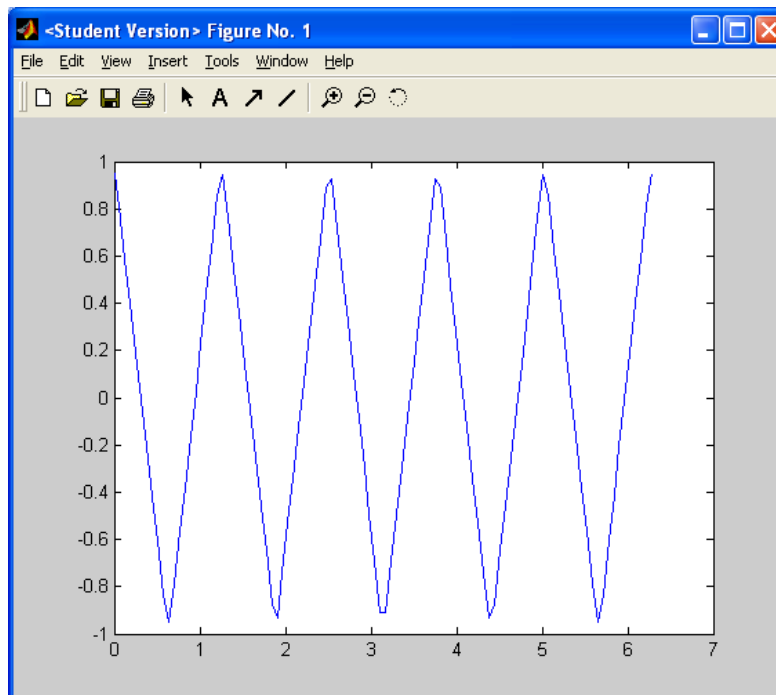
## • Obdélníkový průběh

$$f(t) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n \pi t = \frac{4}{\pi} \left[ \sin \pi t + \frac{1}{3} \sin 3 \pi t + \frac{1}{5} \sin 5 \pi t + \dots \right]$$



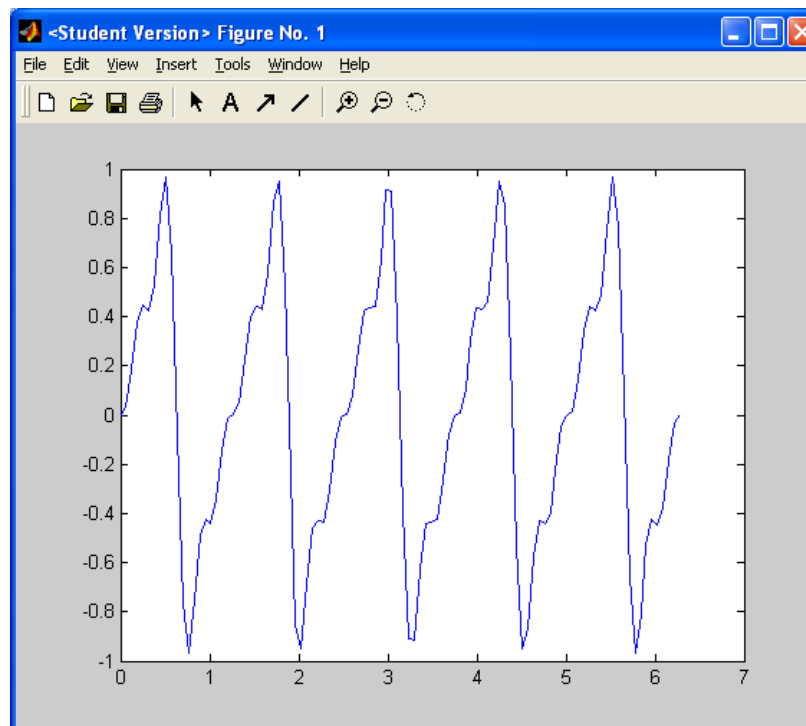
## • Trojúhelníkový průběh

$$f(t) = \frac{8}{\pi^2} (\cos(\omega t) + \frac{1}{9} \cos(3\omega t) + \frac{1}{25} \cos(5\omega t) + \frac{1}{49} \cos(7\omega t) + \dots)$$



## • Pilový průběh

$$f(t) = \frac{2}{\pi} (\sin(\omega t) - \frac{1}{2} \sin(2\omega t) + \frac{1}{3} \sin(3\omega t) - \frac{1}{4} \sin(4\omega t) + \dots)$$

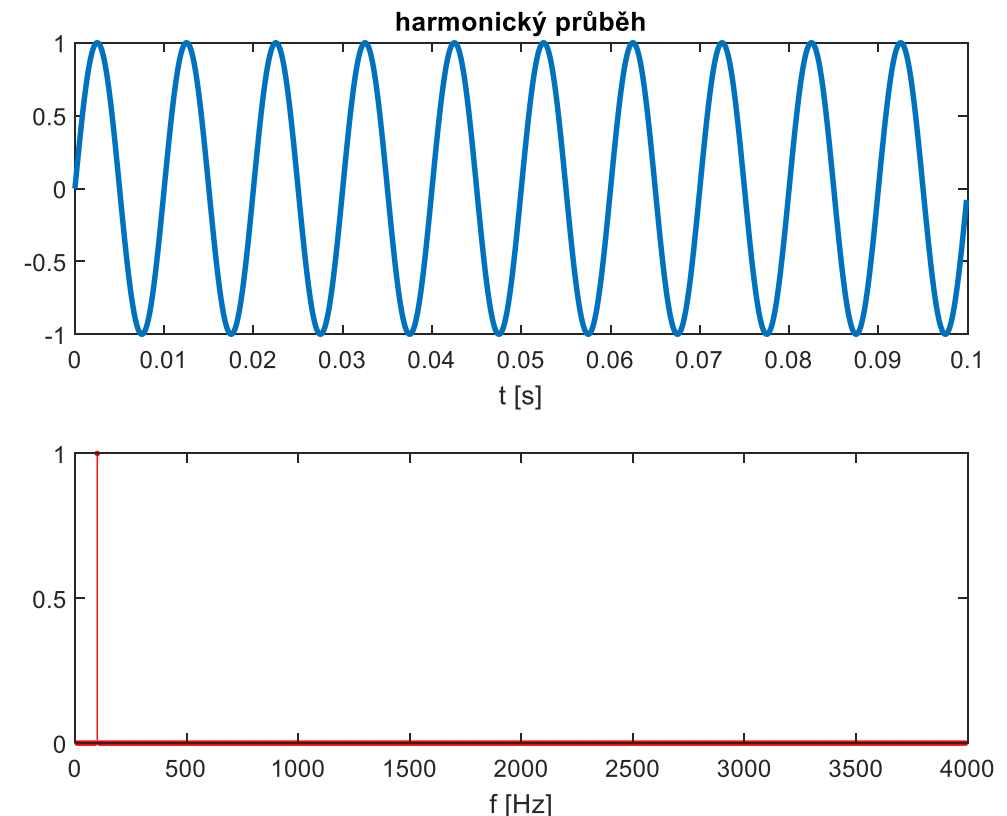


# Barva zvuku = obsah spektrálních složek

## • Harmonický průběh



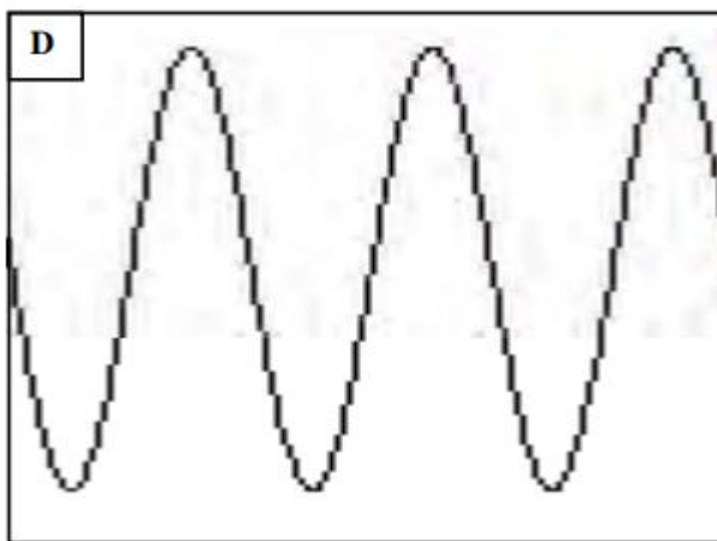
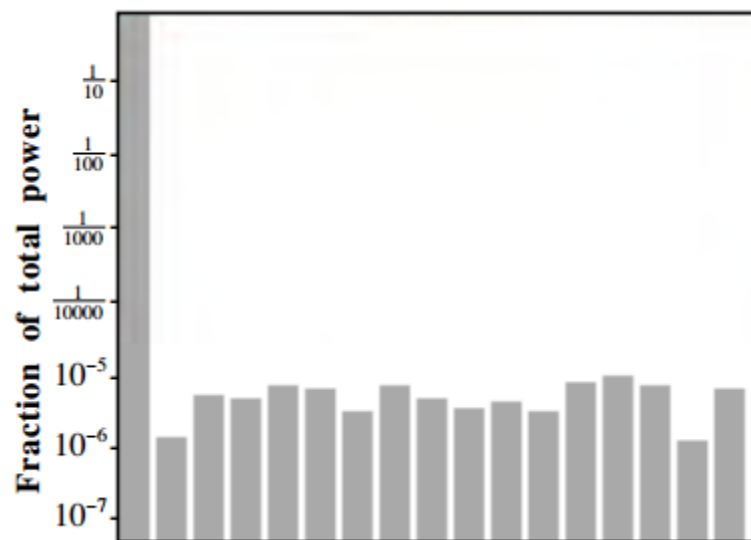
Názvy barvy	Nástroje typu
<ul style="list-style-type: none"><li>• měkká</li><li>• zastřená</li><li>• hebká</li><li>• neprůrazná</li><li>• průhledná</li><li>• mělká</li><li>• jemná</li><li>• prázdná</li><li>• průzračná</li><li>• tupá</li><li>• kulatá</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• písknutí</li><li>• okarina</li><li>• zobcová flétna</li><li>• pp horny</li><li>• flažolet u strunných</li><li>• pizzicato</li><li>• spodní rejstříky příčné flétny</li><li>• spodní rejstříky klarinetu</li></ul>



Vlastnosti: převažující harmonická složka ve spektru, maskovatelná jinými zvuky

# Barva zvuku = obsah spektrálních složek

- Harmonický průběh

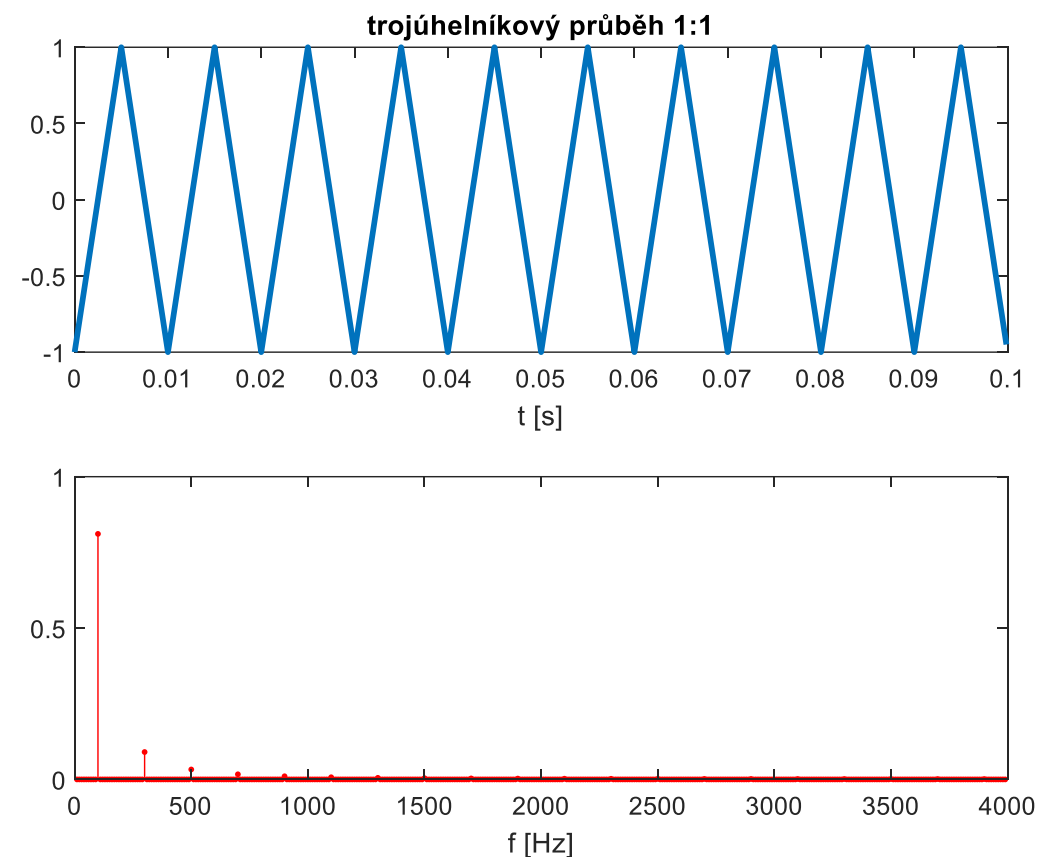


# Barva zvuku = obsah spektrálních složek

## • Trojúhelníkový průběh



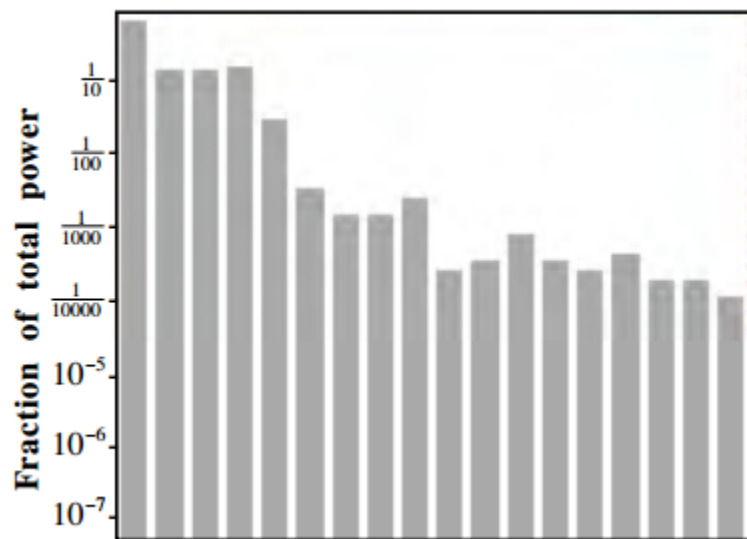
Názvy barvy	Nástroje typu
(podobné s obdélníkem) <ul style="list-style-type: none"><li>• dutá</li><li>• nosová</li><li>• huhňavá</li><li>• huhlavá,</li><li>• plovoucí,</li><li>• oblá,</li><li>• rozladěná</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• flétny</li></ul>



Vlastnosti: průběhy obsahují **jen liché** harmonické, tišší než obdélník

# Barva zvuku = obsah spektrálních složek

- Flétna

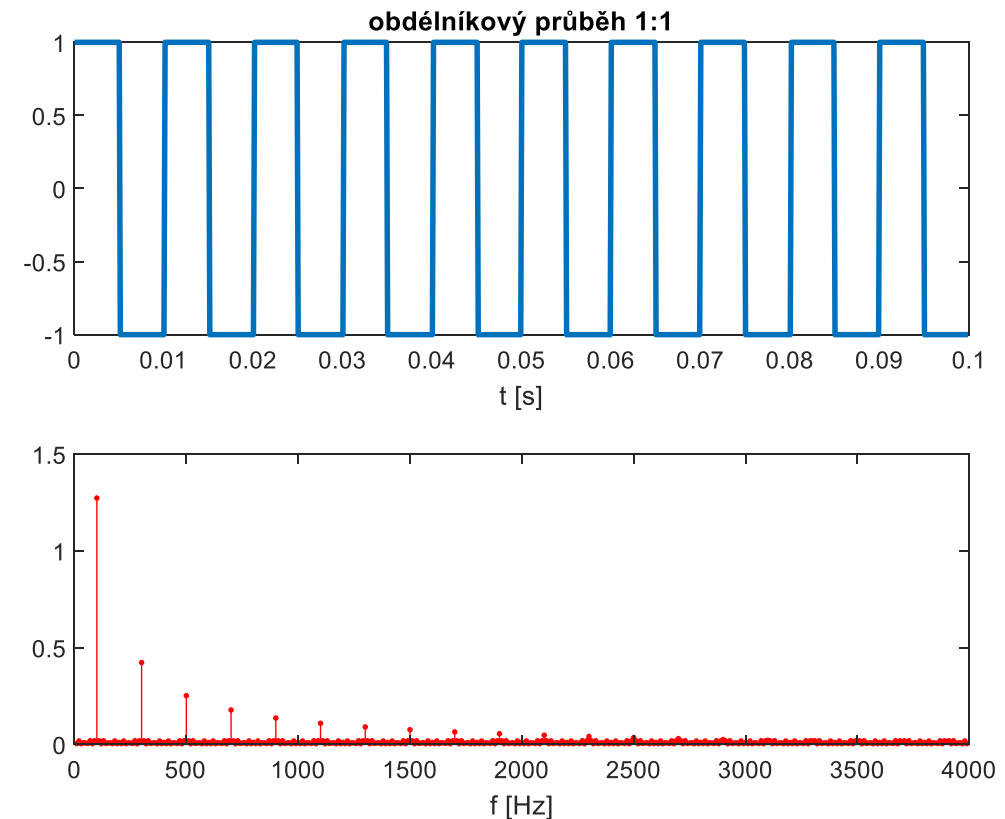


# Barva zvuku = obsah spektrálních složek

## • Obdélníkový průběh



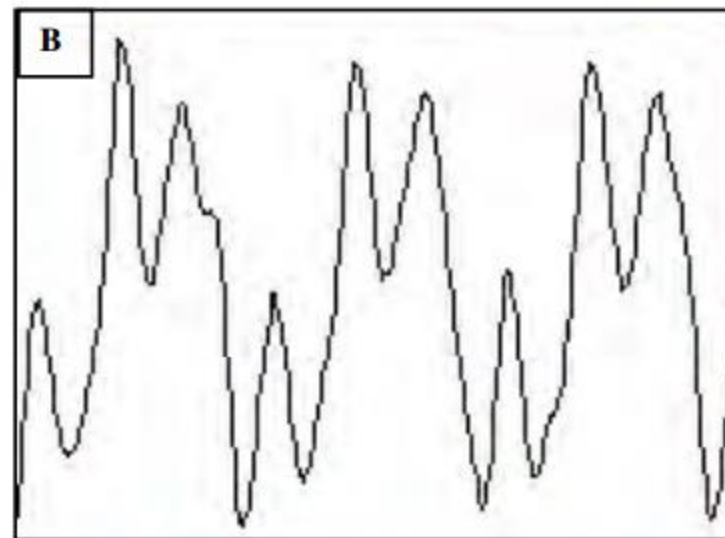
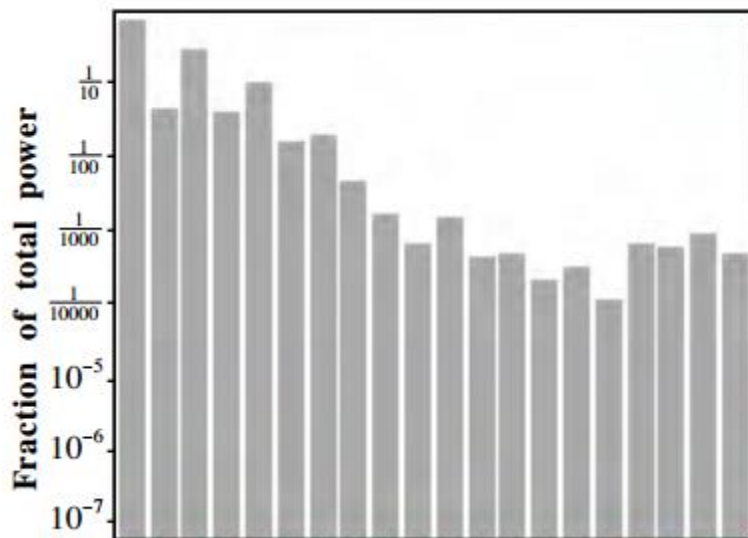
Názvy barvy	Nástroje typu
(podobné s trojúhelníkem) <ul style="list-style-type: none"><li>• <b>dutá</b></li><li>• nosová</li><li>• huhňavá</li><li>• huhlavá,</li><li>• plovoucí,</li><li>• oblá,</li><li>• rozladěná</li></ul>	(jednoplátkové nástroje) <ul style="list-style-type: none"><li>• klarinet</li><li>• saxofon</li> <li>• varhany (kryté píšťaly)</li></ul>



Vlastnosti: průběhy obsahují **jen liché** harmonické a jsou hlasité

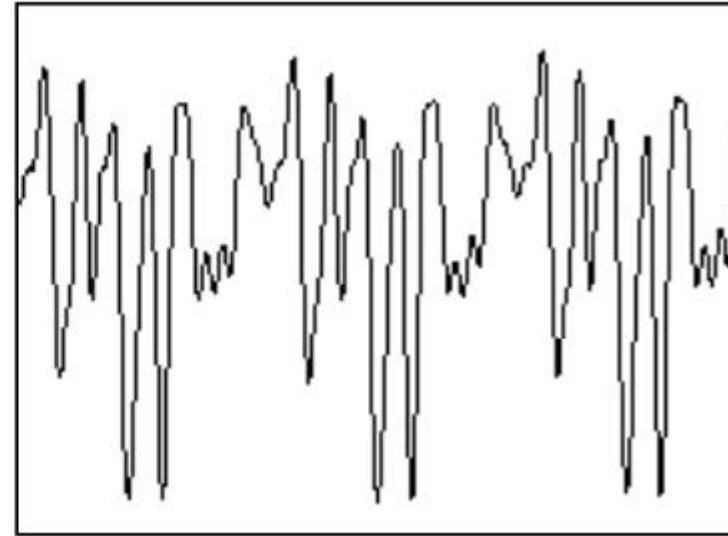
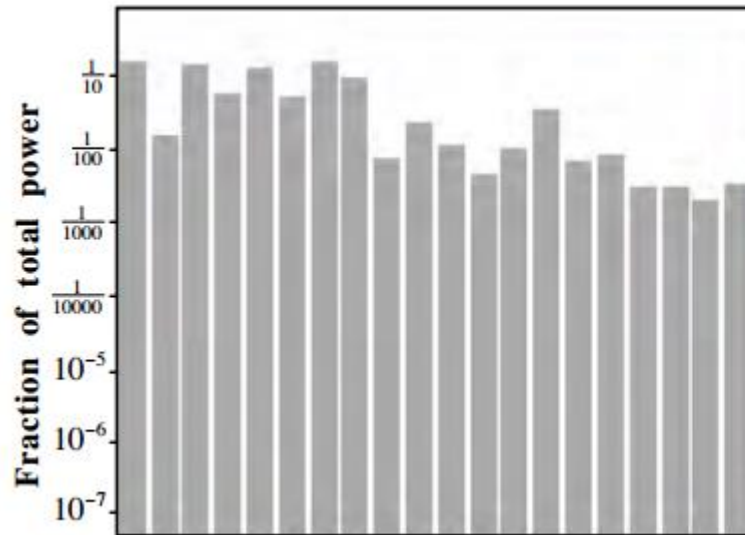
# Barva zvuku = obsah spektrálních složek

- **Dechový nástroj**



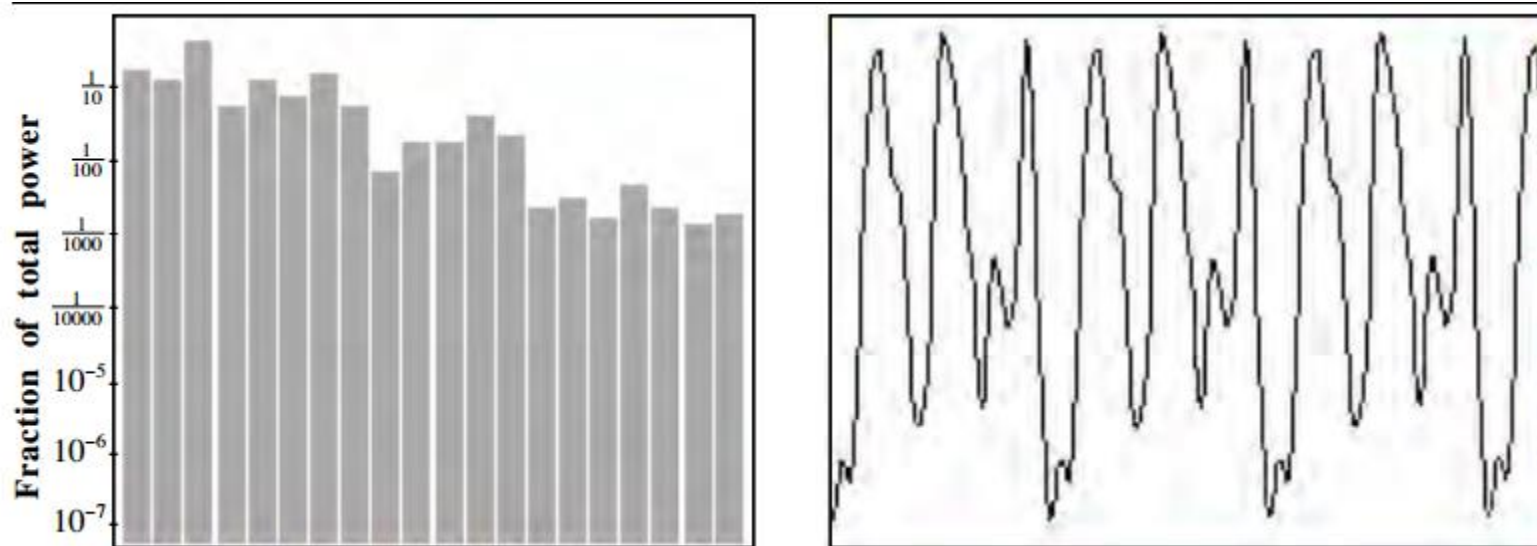
# Barva zvuku = obsah spektrálních složek

- klarinet



# Barva zvuku = obsah spektrálních složek

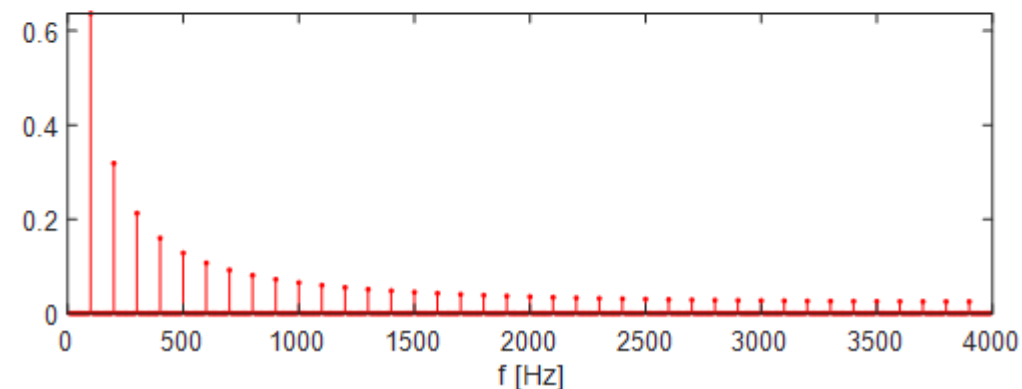
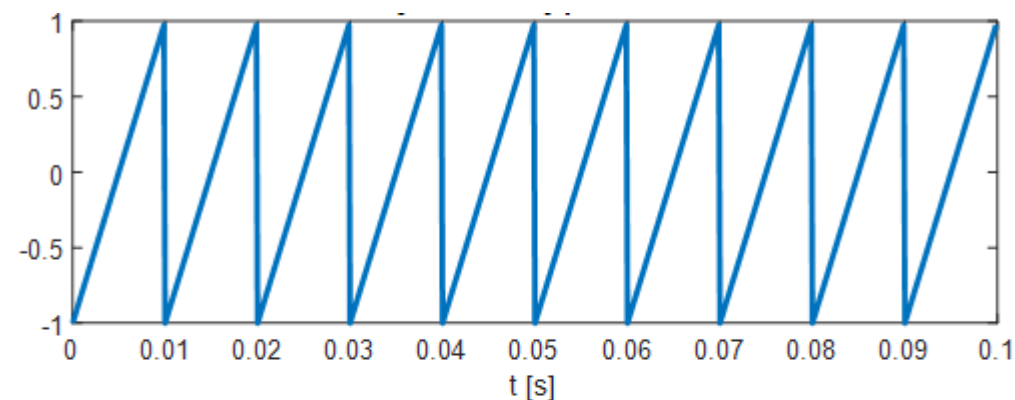
- Dudy



# Barva zvuku = obsah spektrálních složek

## • Pila

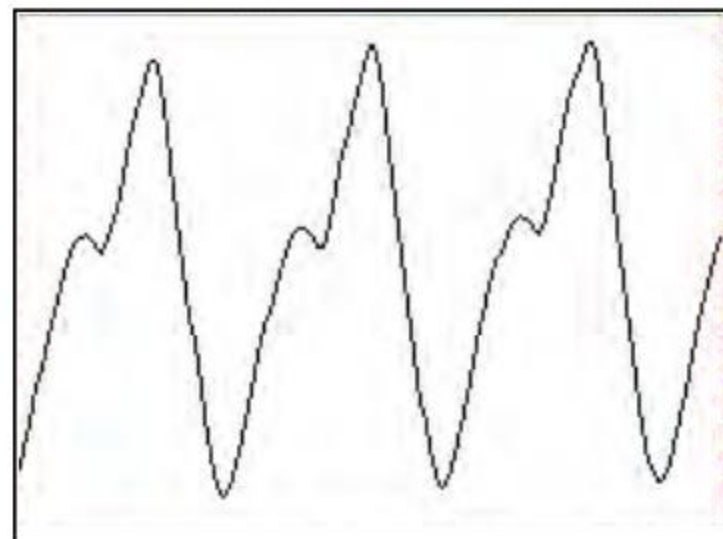
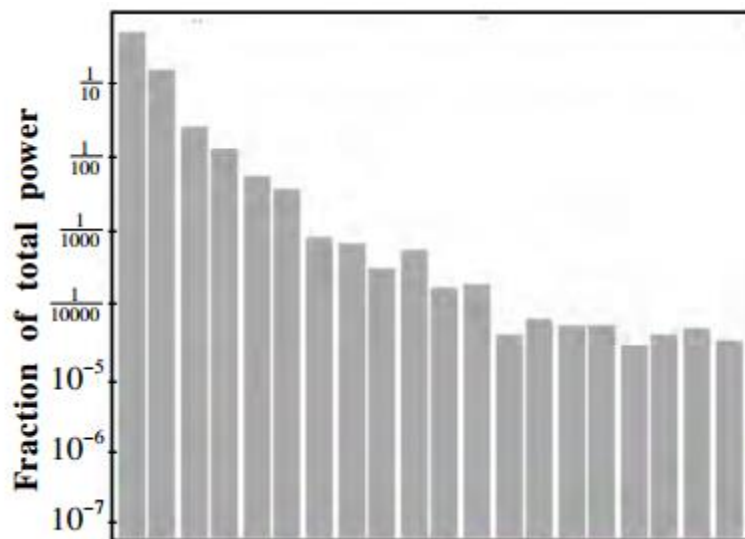
Názvy barvy	Nástroje typu
<ul style="list-style-type: none"><li>• jasná</li><li>• plná</li><li>• sytá,</li><li>• ostrá</li><li>• průrazná</li><li>• bryskní</li><li>• pronikavá</li><li>• agresivní</li><li>• tvrdá</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• f či ff smyčcových nástrojů</li><li>• žestě</li><li>• trubka</li><li>• trombón</li></ul>



Vlastnosti: plné spektrum, ostrá a průrazná barva, nesnadno se maskuje jinými zvuky

# Barva zvuku = obsah spektrálních složek

- Housle

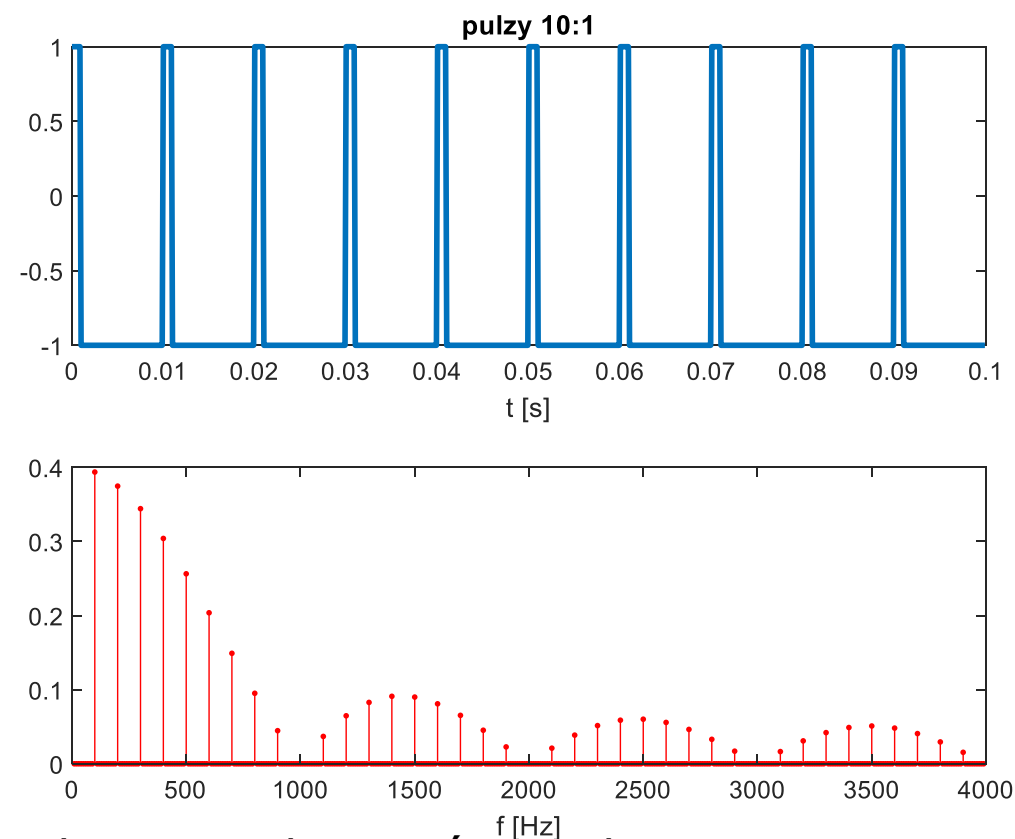


# Barva zvuku = obsah spektrálních složek

## • Úzké pulzy



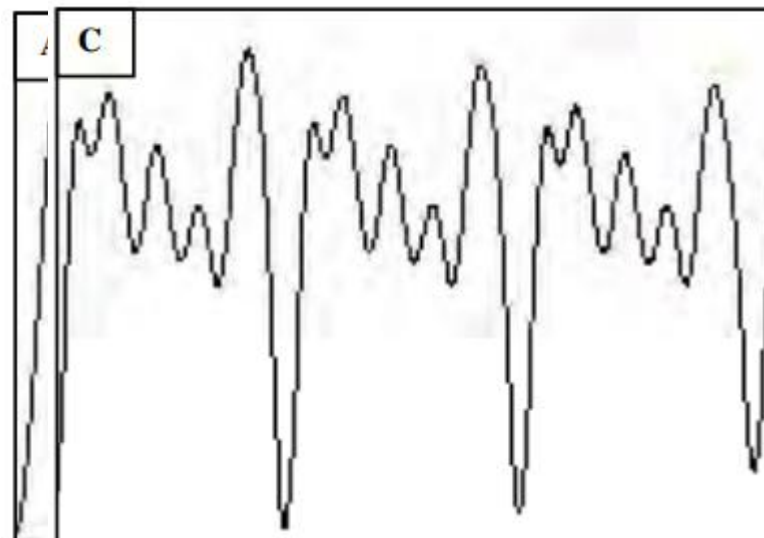
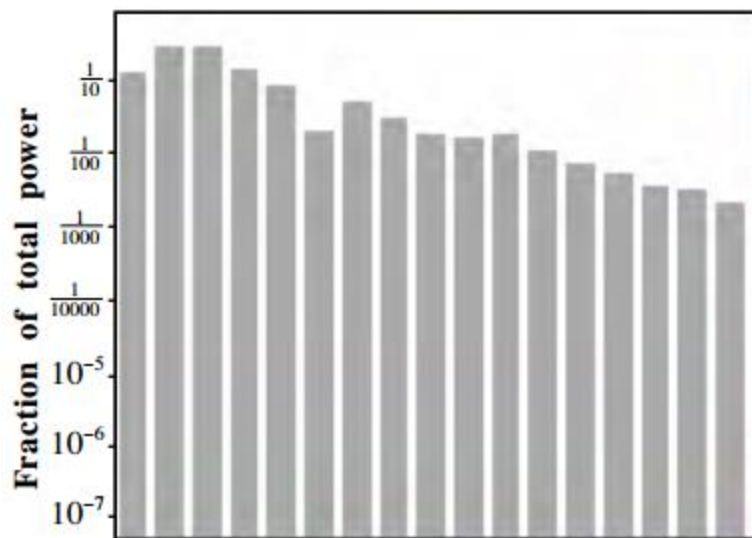
Názvy barvy	Nástroje typu
<ul style="list-style-type: none"> <li>• průrazná</li> <li>• agresivní</li> <li>• mečící</li> <li>• vrčící</li> <li>• vrnící</li> <li>• roztřepená</li> </ul>	(dvojplátkové nástroje) <ul style="list-style-type: none"> <li>• hoboj,</li> <li>• fagot</li> <li>• trubka</li> <li>• žestě</li> </ul>



Vlastnosti: plné spektrum, průrazná až agresivní barva, nesnadno se maskuje jinými zvuky

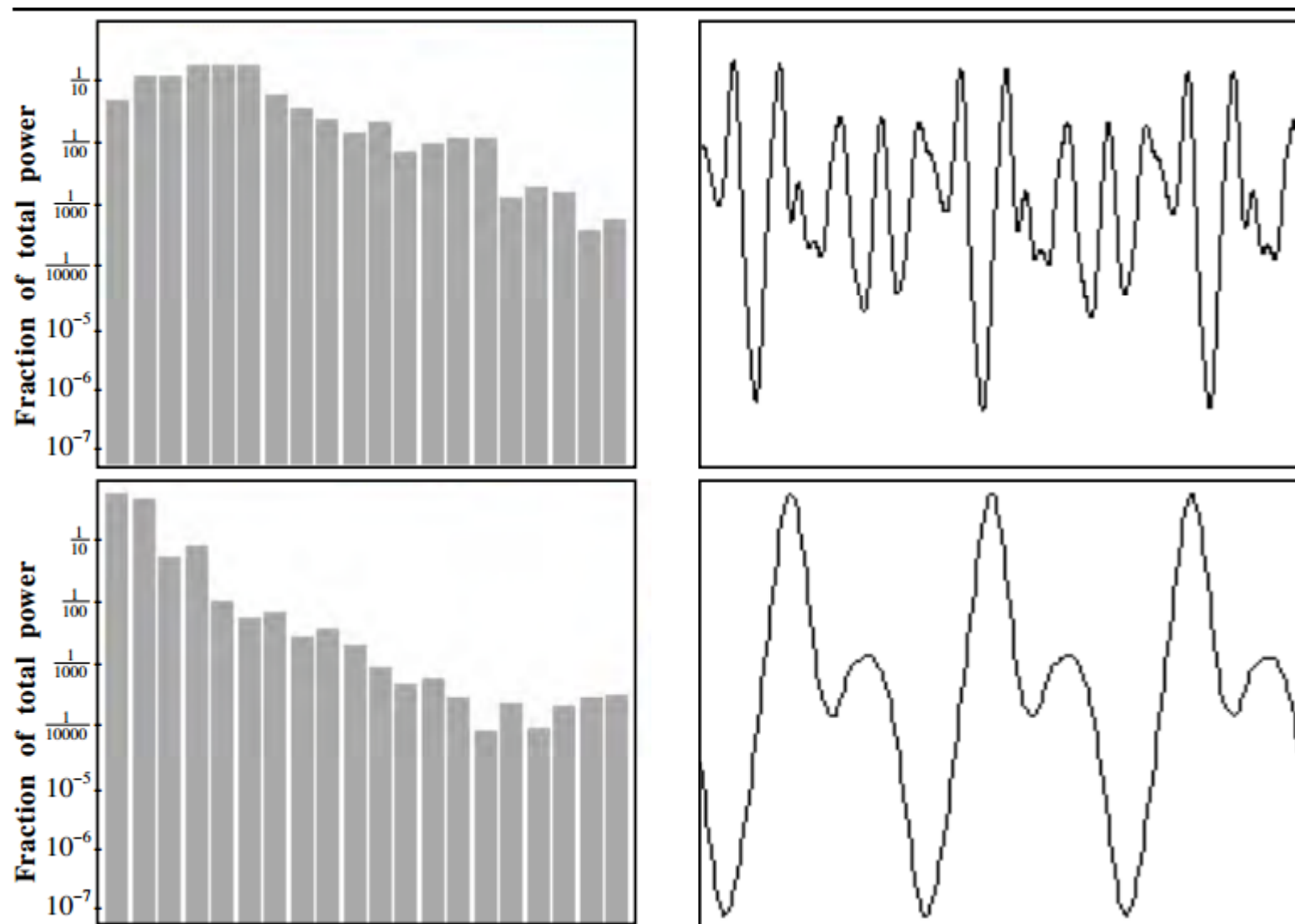
# Barva zvuku = obsah spektrálních složek

- Saxofon



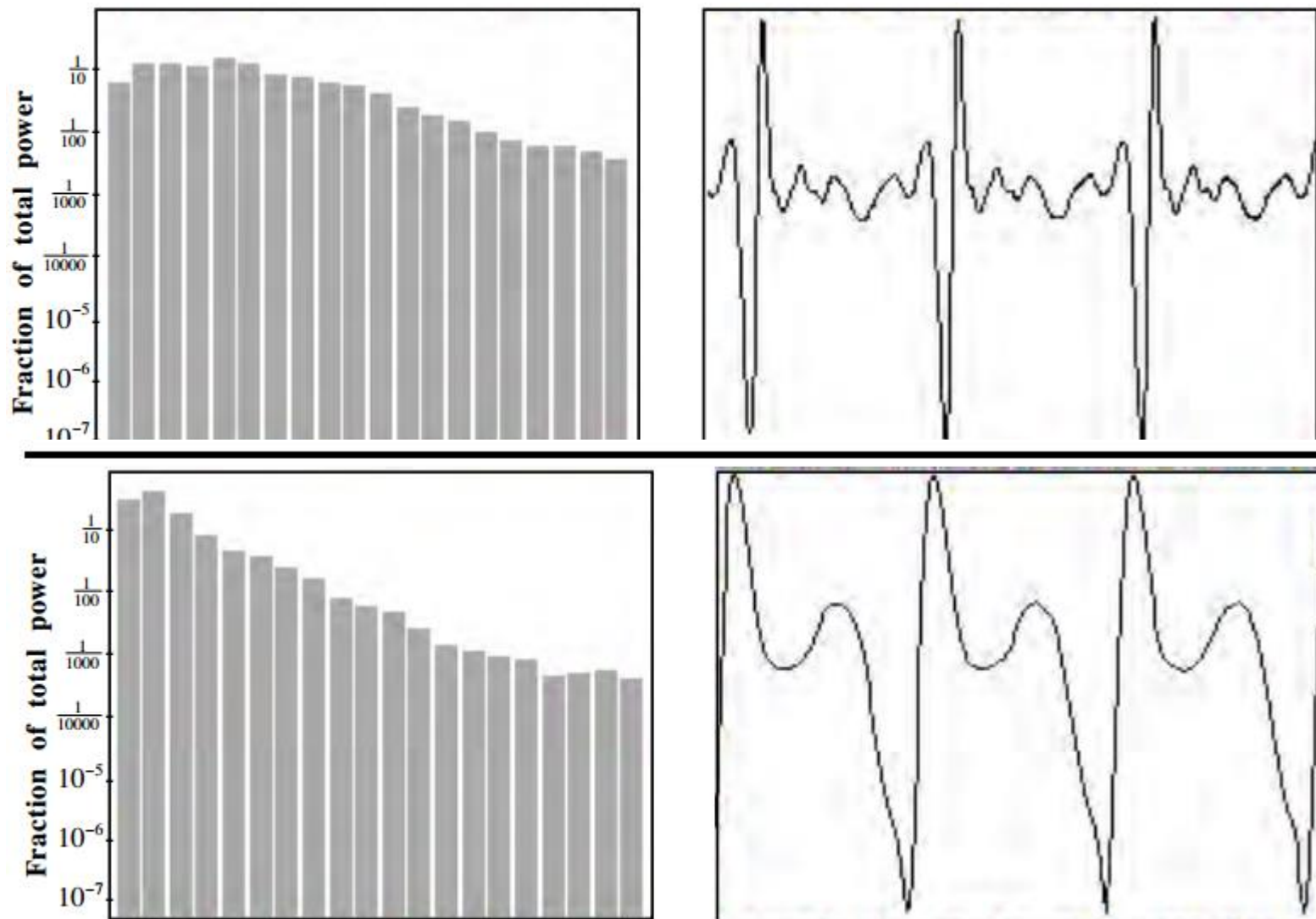
# Barva zvuku = obsah spektrálních složek

- Fagot



# Barva zvuku = obsah spektrálních složek

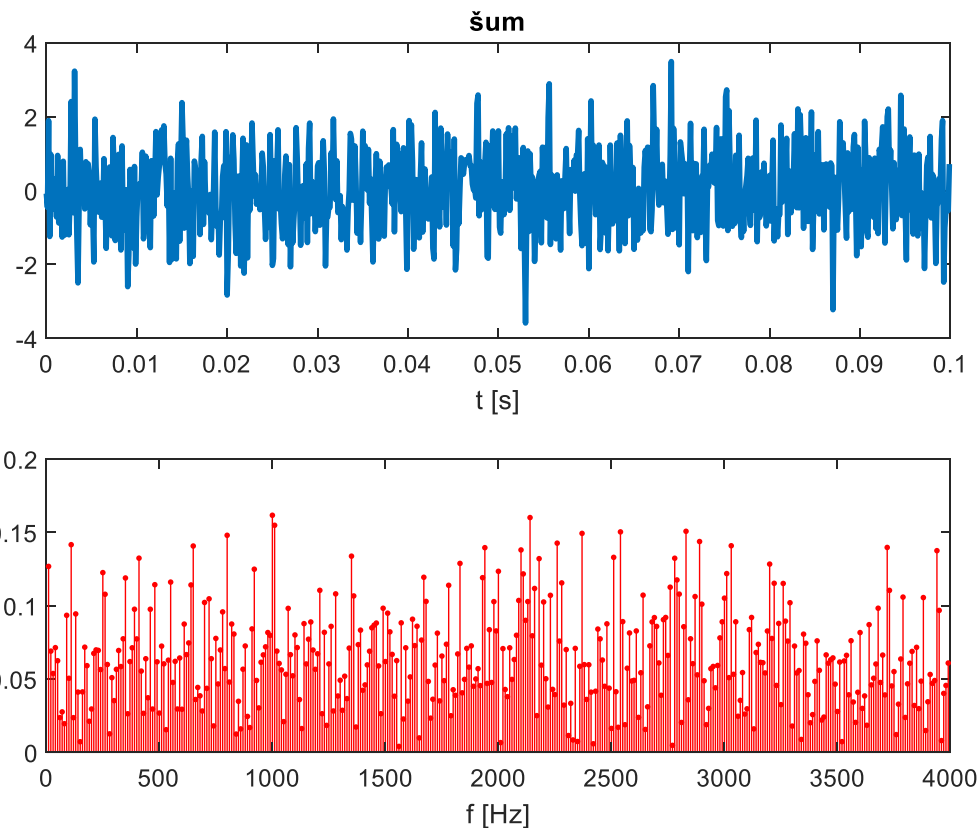
- **Trubka**



# Barva zvuku = obsah spektrálních složek

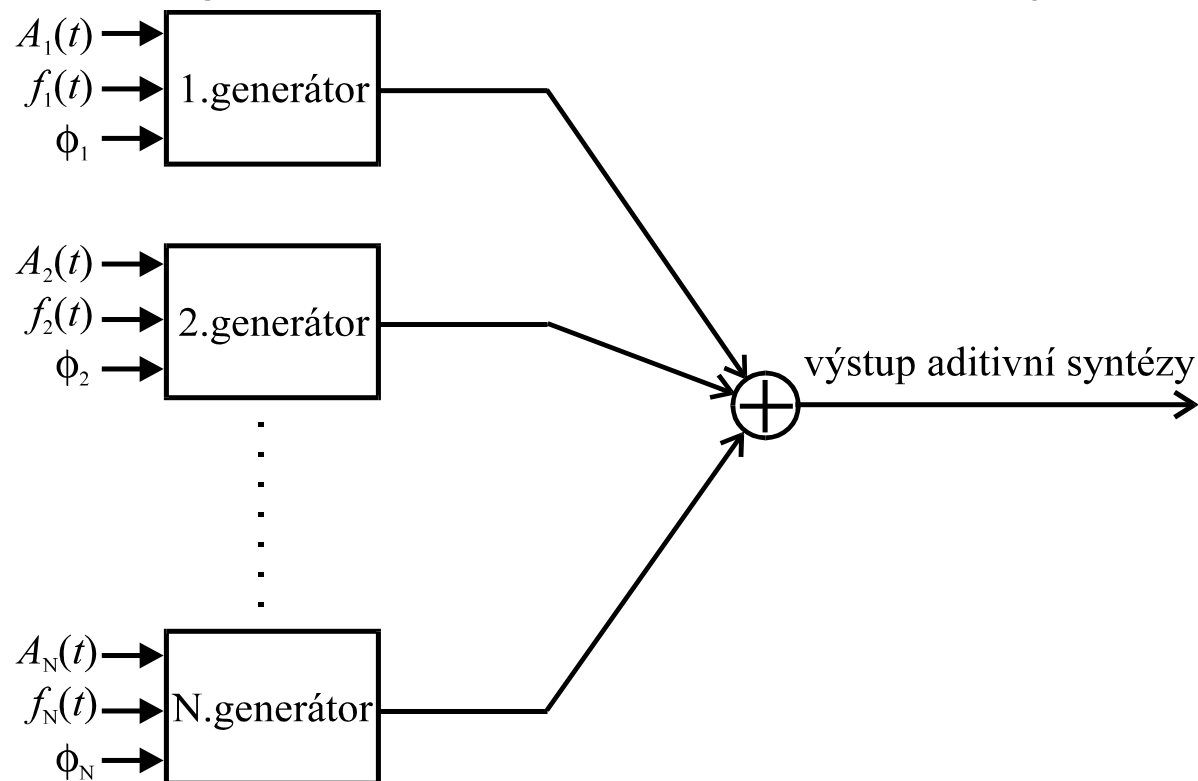
## • Šum/hluk

Názvy barvy	Nástroje typu
<ul style="list-style-type: none"> <li>• šumící</li> <li>• syčící</li> <li>• hlučící</li> <li>• chrastící</li> <li>• chraptící</li> <li>• drnčící</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• činely</li> <li>• gongy</li> <li>• nemelodické bicí</li> <li>• skřípání</li> <li>• chraptění</li> </ul>



Vlastnosti: může pokrývat celé spektrum, případně jen část, problematické určení výšky tónu

- **Spektrální tvar Fourierovy řady**
  - součet jednotlivých frekvenčních složek
  - teorie je založena na Fourierových řadách





# Příklady aditivní syntézy

- Kawai K5000 keyboard



- varhany



- Hammondovy varhany

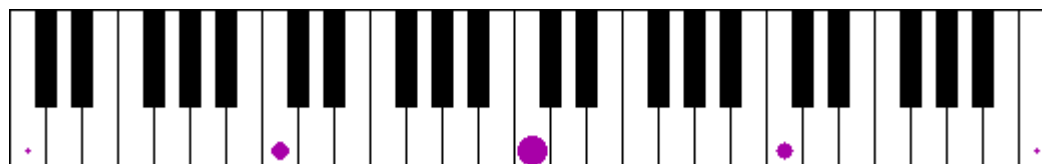
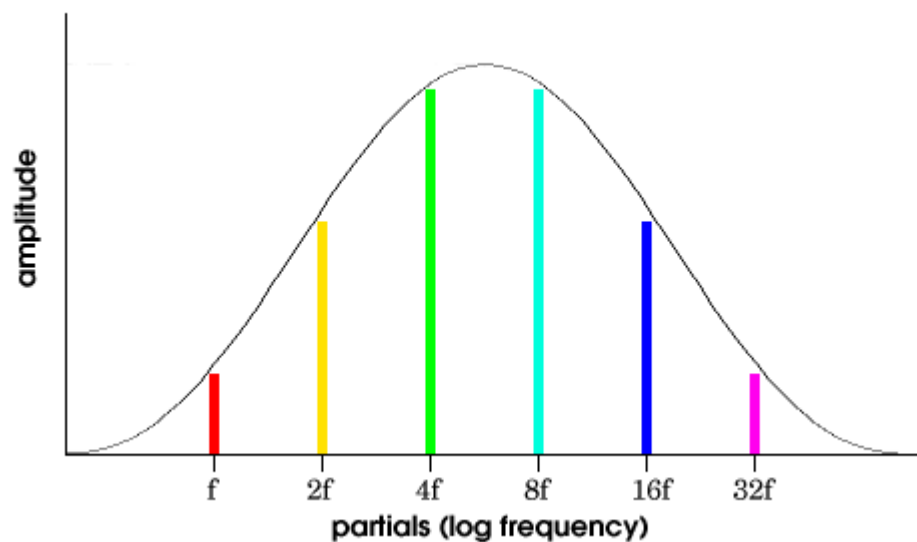




## • linky

- [https://en.wikipedia.org/wiki/Additive\\_synthesis](https://en.wikipedia.org/wiki/Additive_synthesis)
- [https://en.wikipedia.org/wiki/Pipe\\_organ](https://en.wikipedia.org/wiki/Pipe_organ)
- [https://en.wikipedia.org/wiki/Hammond\\_organ](https://en.wikipedia.org/wiki/Hammond_organ)
  
- [http://cmc.music.columbia.edu/musicandcomputers/chapter4/04\\_02.php](http://cmc.music.columbia.edu/musicandcomputers/chapter4/04_02.php)
- [https://en.wikipedia.org/wiki/Shepard\\_tone](https://en.wikipedia.org/wiki/Shepard_tone)

## Shepardovy tóny





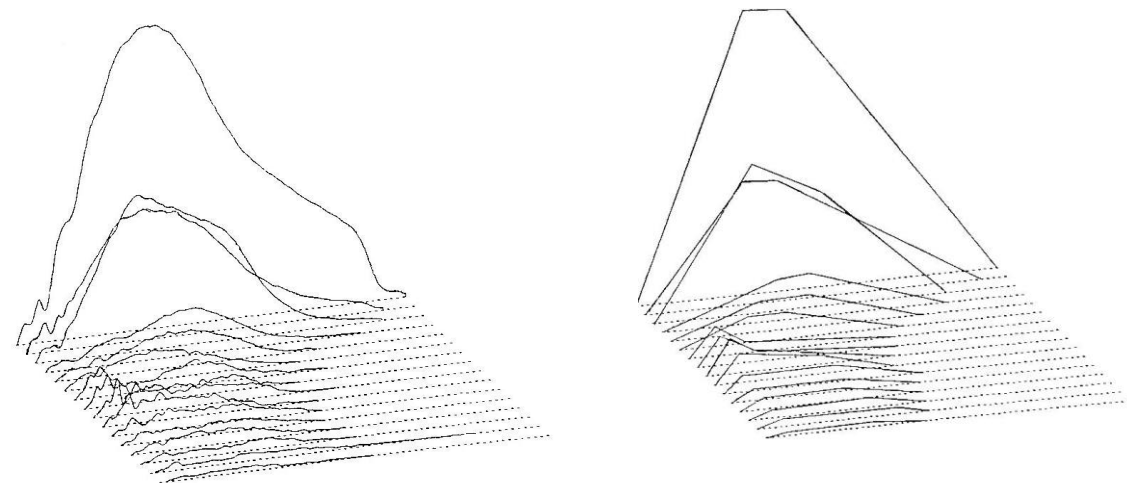
- **Časově proměnná parciální aditivní syntéza (TVPAS)**

- Přirozené zvuky se skládají z parciál
- Parciály mají časově proměnné frekvence a časově proměnné amplitudy

- **Řídicí informace**

- Obálky amplitudy
- Frekvenční trajektorie

$$f(t) = \sum_{n=1}^P A_n(t) \cdot \cos(\omega_n(t) \cdot t - \phi_n(t))$$



- **Témbr (barva zvuku)**

- Vyšší harmonické (parciály) vstupují později a končí dříve
- Pokud nástroj hraje hlasitěji, používá se více harmonických (parciál)



- **Nevýhody aditivní syntézy**

- Velké množství dat (řízení parametrů)
- Vyžaduje mnoho oscilátorů
- Složité generování dynamiky (náběh, doznívání, časový vývoj)
- Méně intuitivní ovládání

- **Hlavní význam aditivní syntézy**

- Resyntéza (vytváření zvuků ze spektrogramu)
- Vysoce kvalitní a realistická zvuková produkce



# Aditivní syntéza

- **Při spektrálním modelování se aditivní syntéza doplňuje vhodnými šumovými složkami.**
- Pro vytvoření neharmonických průběhů, například těch, které produkují „**kovový**“ zvuk, používá se technika, kdy se sčítají harmonické průběhy (dvě nebo více), které jsou od sebe relativně rozladěné (frekvenční složky **nejsou celočíselným násobkem** základní frekvence).



- **Analyze.m**

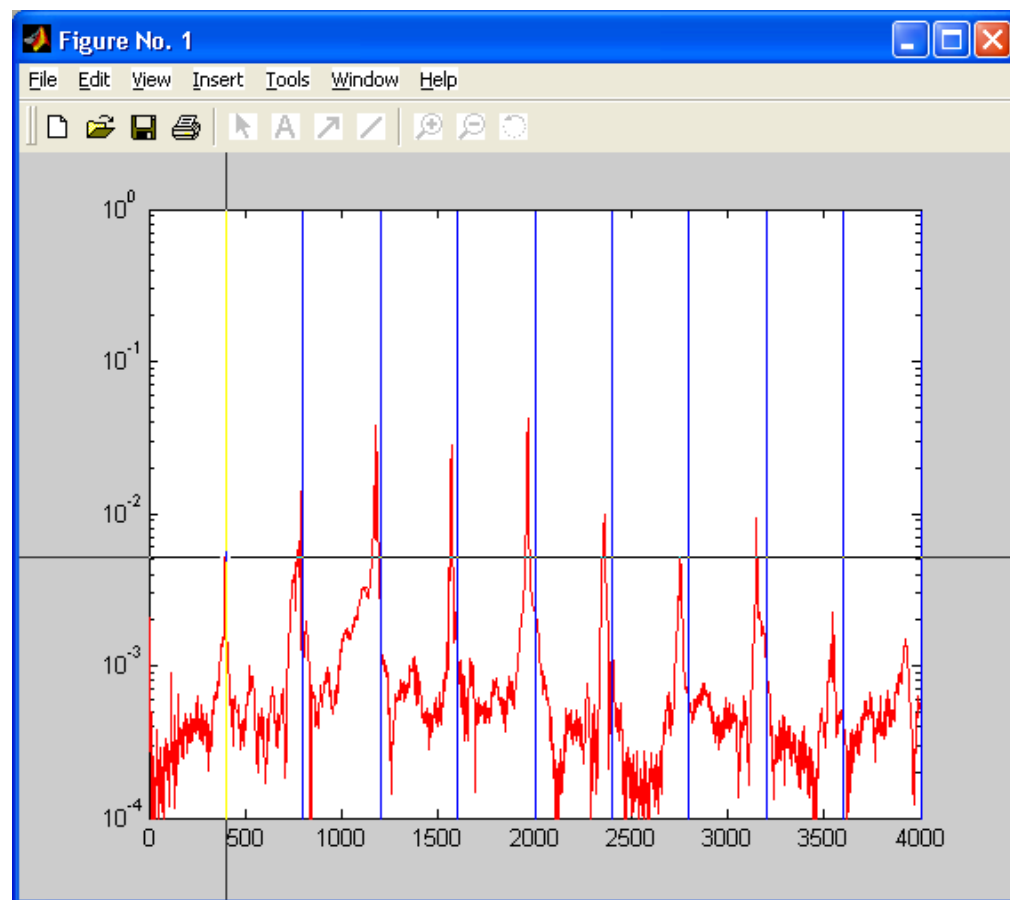
```
function analyze(file)
% function analyze(file) plots amplitude spectrum
% of the *.wav file.

[signal,fs] = audioread(file);
N = length(signal);
c = fft(signal)/N;
A = 2*abs(c(2:floor(N/2)*2));
f = (1:floor(N/2)*2-1)*fs/N;
semilogy(f,A,'r')
```

# Harmonická analýza v MATLABu

```
>> analyze('banjo.wav')
```

```
>> [X,Y]=ginput(10)
```



# Implementace aditivní syntézy

```
% BANJO
```

```
fs = 16000;
```

```
duration = .5;
```

```
tau = .1;
```

```
f0 = 400;
```

```
nT = 0:1/fs:duration-1/fs;
```

```
amp1 = [0.0051 0.0144 0.0246 0.0290 0.0422 0.0101 0.0052 0.0096  
0.0022 0.0015];
```

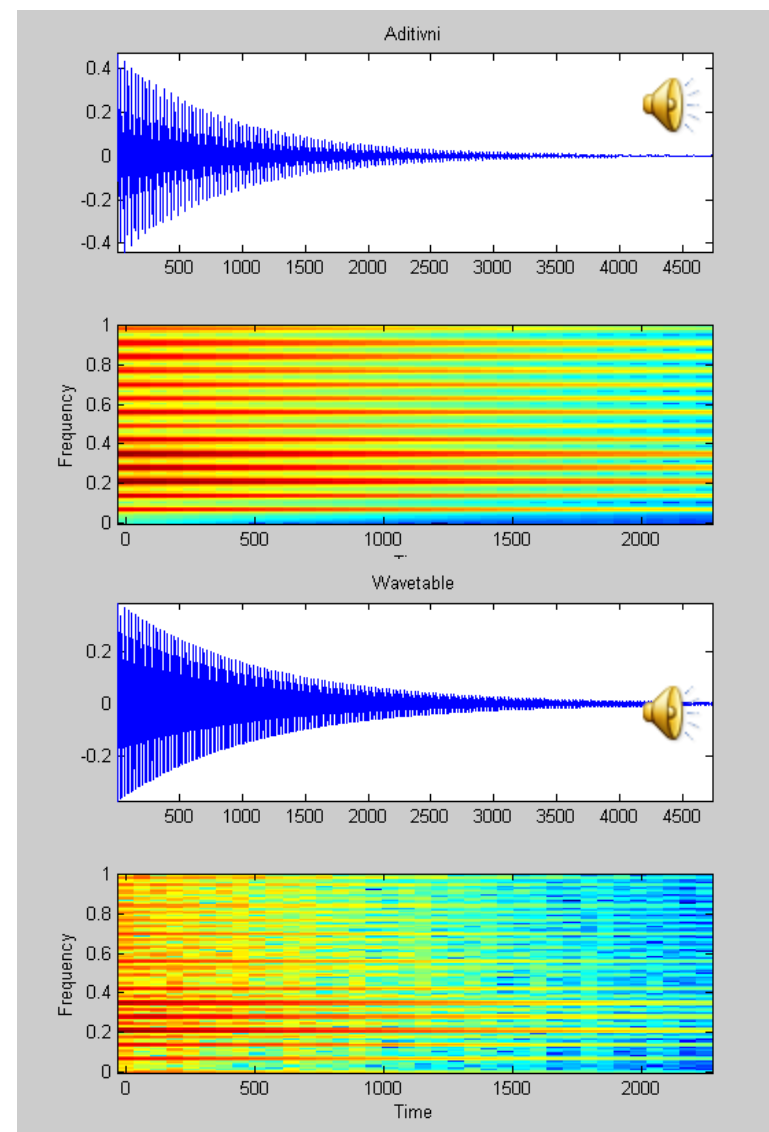
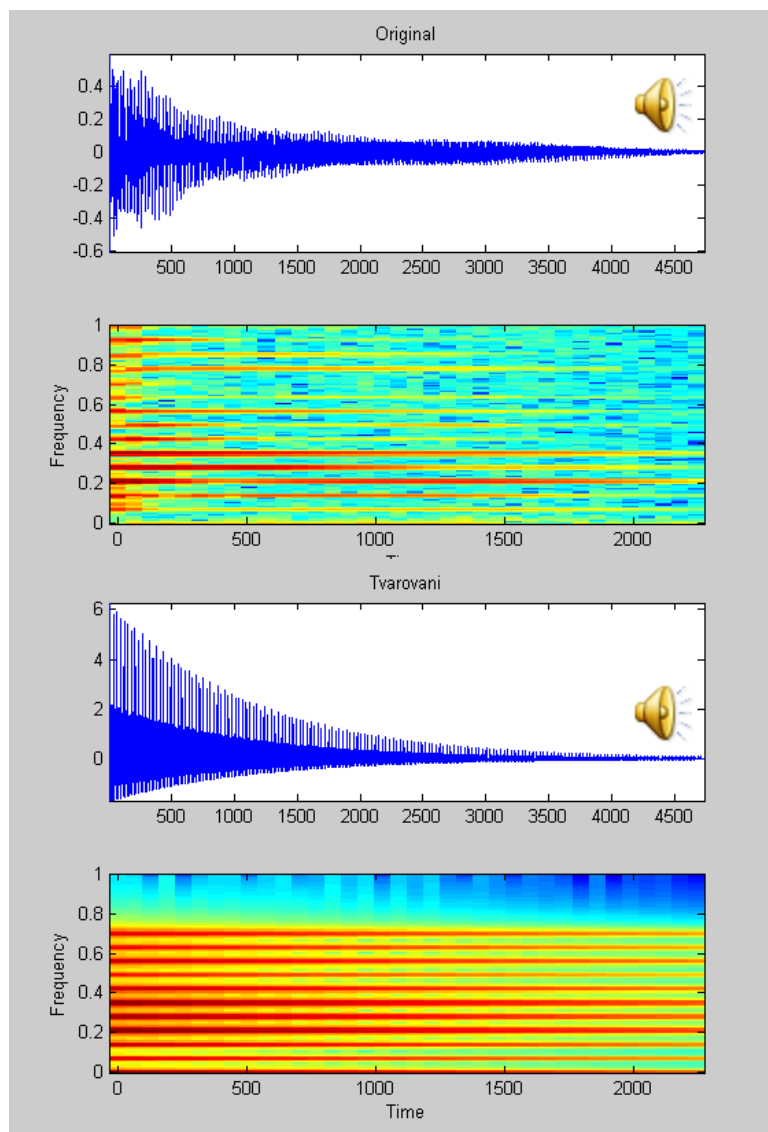
```
o=exp(-nT./tau);
```

```
x=o.*[amp1*sin(2*pi*[1:length(amp1)]'*f0*nT)];
```

```
soundsc(x,fs)
```

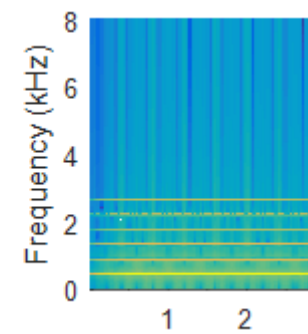
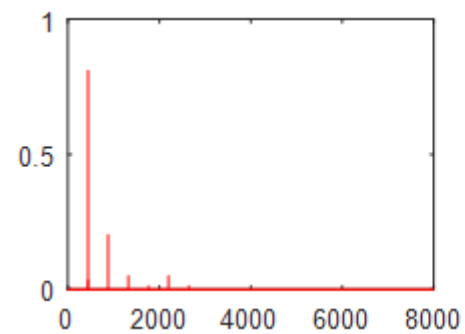
```
plot(nT,x), title('banjo'), axis tight, xlabel('---> cas [s]')
```

## • Banjo

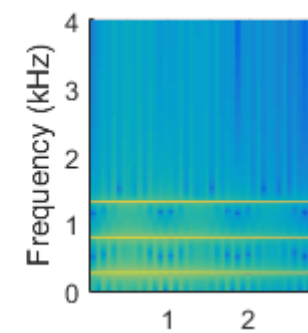
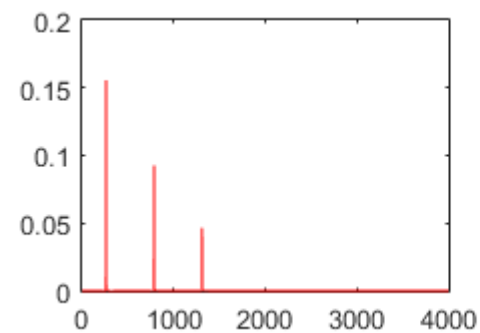


# Aditivní syntéza

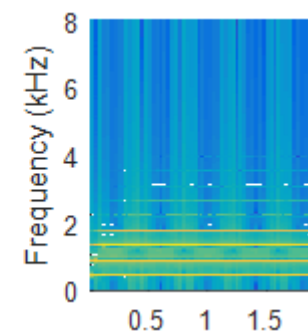
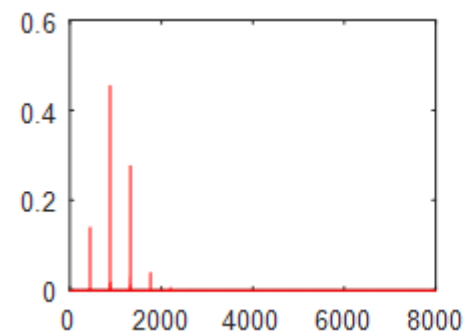
**Flétna**



**Klarinet**

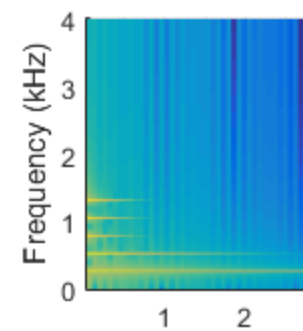
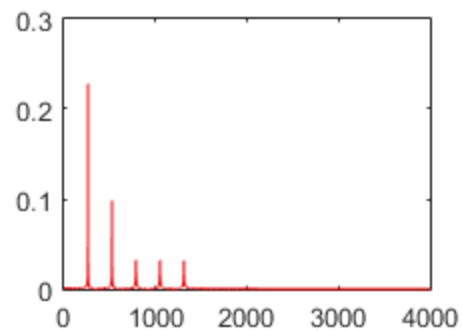


**Trubka**

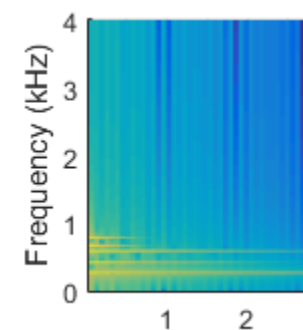
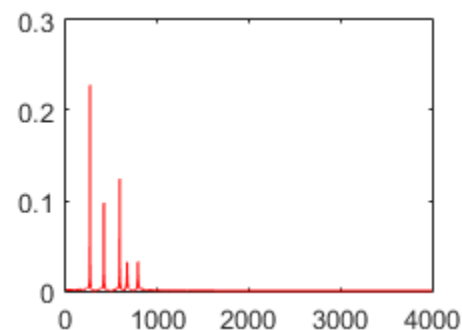


# Aditivní syntéza

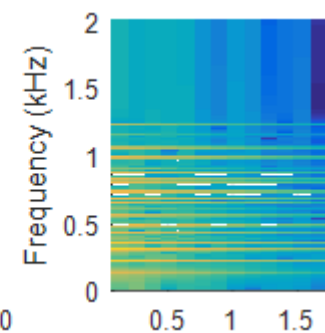
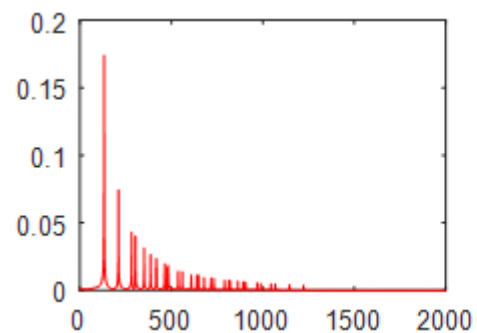
## Struna



## Úder

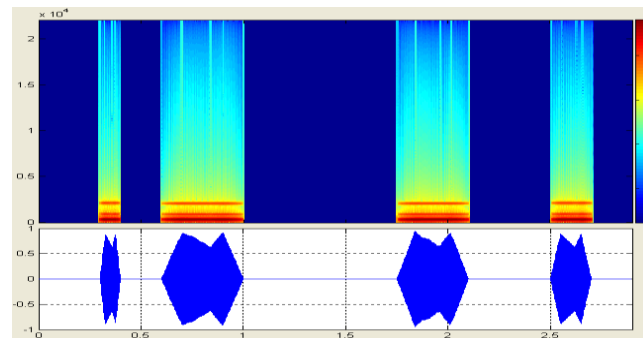


## Tympány

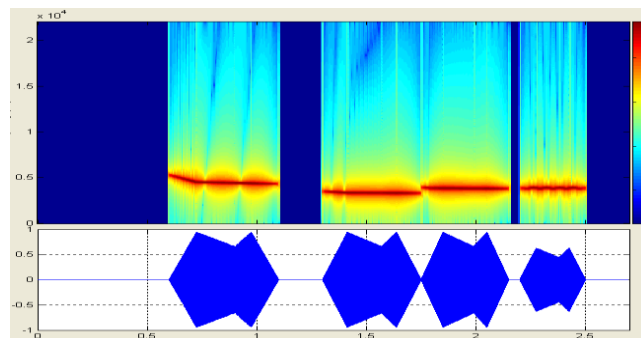


# Aditivní syntéza

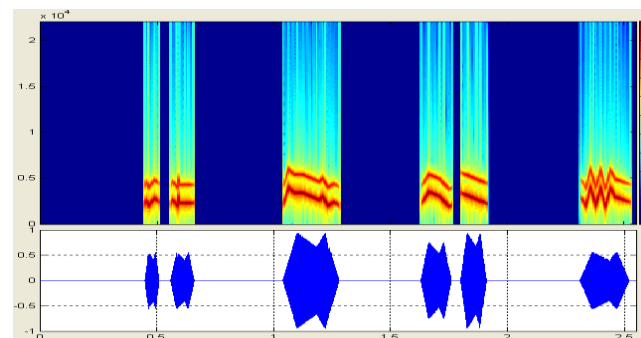
*Výr*



*Strnad*

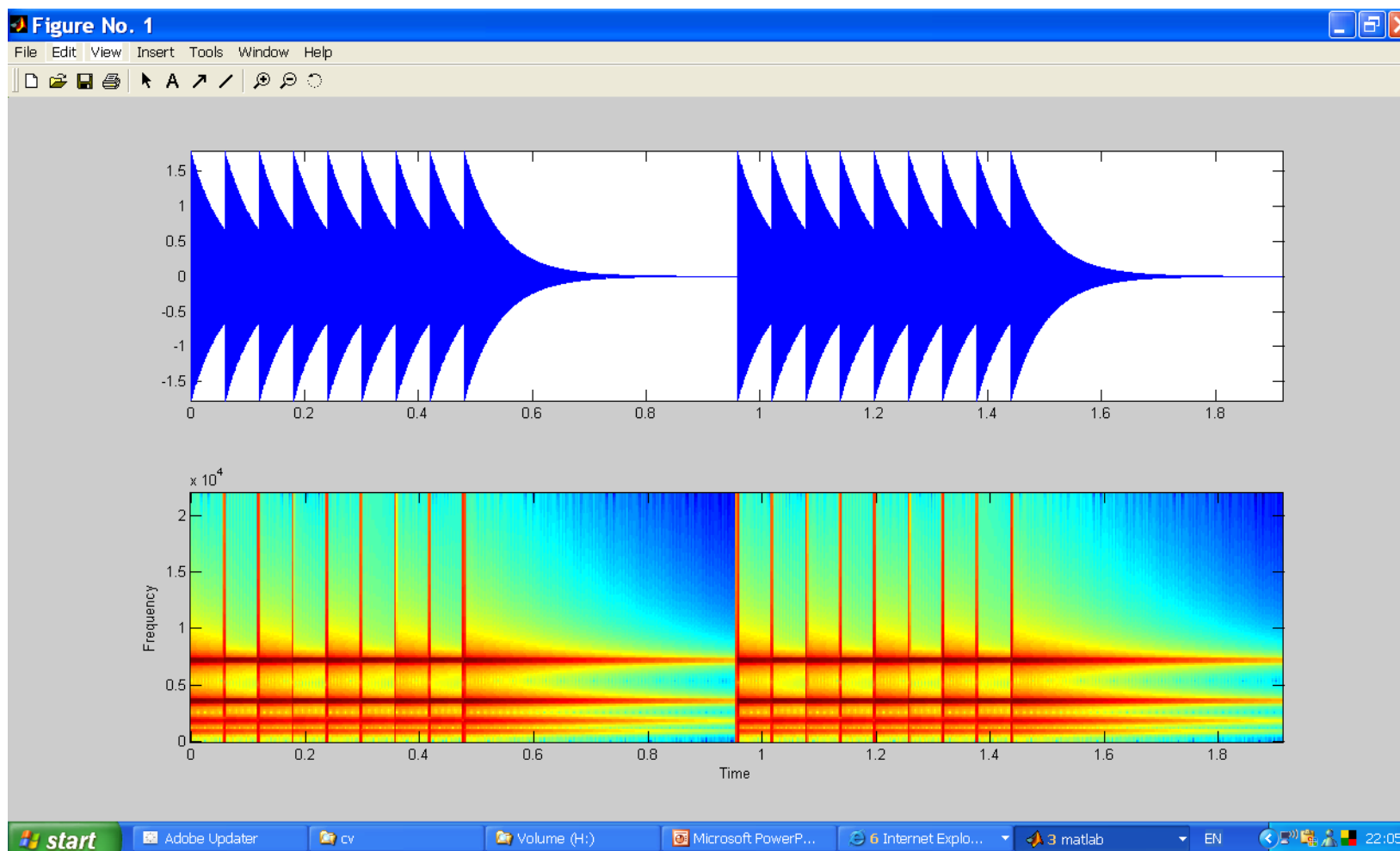


*Drozd*





## • Zvonek





- **Náměty (recepty bez záruky :-))**






<i>Poř.harmonické</i>	<b>1.</b>	<b>2.</b>	<b>3.</b>	<b>4.</b>	<b>5.</b>	<b>6.</b>	<b>7.</b>	<b>8.</b>	<b>9.</b>	<b>10.</b>	<b>11.</b>
<b>Trubka</b>	0,17	0,63	0,57	0,98	0,56	0,68	0,02	0,05	-	-	-
<b>Harmonika</b>	8,60	0,45	3,40	0,50	0,42	0,13	0,13	0,16	0,04	0,35	0,02
<b>Flétna</b>	2,54	0,25	0,01	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>Klarinet</b>	1,00	0,00	0,75	0,00	0,50	0,00	0,14	0,50	0,00	0,12	0,17
<b>Hoboj</b>	0,02	0,20	1,00	0,37	0,36	0,46	0,10	0,06	0,03	0,02	-
<b>Piano</b>	0,32	0,20	0,08	0,07	0,06	-	-	-	-	-	-
<b>Housle</b>	0,39	0,30	0,17	0,01	0,11	-	-	-	-	-	-



# Aditivní syntéza

## • Aditivní syntéza samohlásek

- Hemholtz 1877
- $f_0 = 220$  Hz; doba = 3 s
- $ff=1$ ;  $f = 0,7$ ;  $mf = 0,3$ ;  $p = 0,1$ ;  $pp = 0,07$ ;

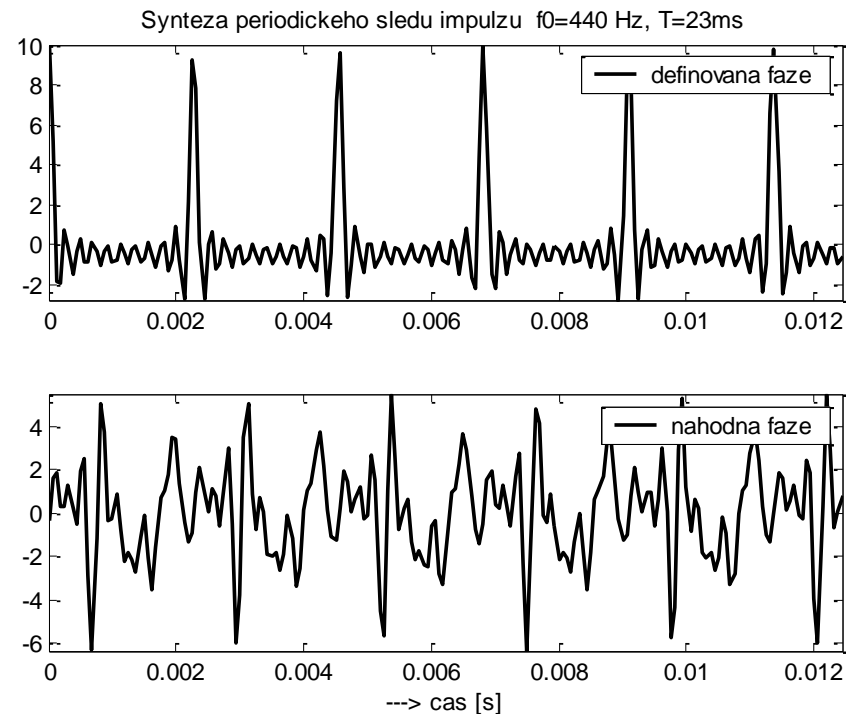
	harm	1.	2.	3.	4.	5.	6.	8.	16.
 <b>U</b>		ff	mf	pp	0	0	0	0	0
 <b>O</b> (.wav)		mf	f	mf	p	0	0	0	0
 <b>A</b> (.wav)		p	p	p	mf	mf	p	p	0
 <b>E</b> (.wav)		mf	0	mf	0	0	ff	0	0
 <b>I</b> (.wav)		mf	p	0	0	0	p	0	mf



## • Periodický sled impulsů

$$x(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \cos(k\omega_0 t)$$

$$x(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \cos(k\omega_0 t + 2\pi \cdot \text{rand}(k))$$



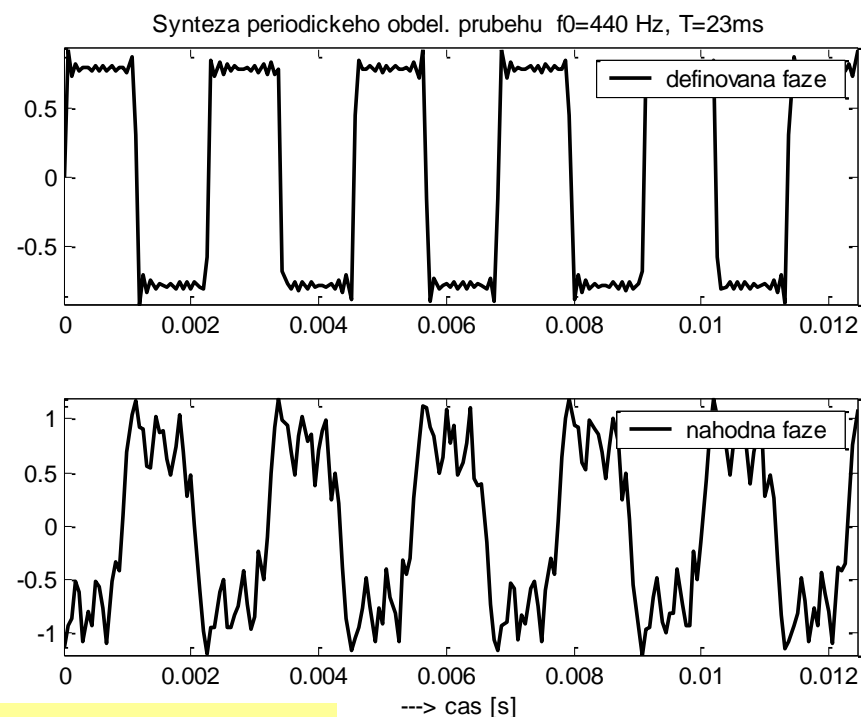


## • Periodický sled impulsů

```
f = 440; fs = 16000; duration = 0.5; t = 0:1/fs:duration;
snd_1a(1,:) = cos(2*pi*f*t);
snd_1b(1,:) = cos(2*pi*f*t + 2*pi*rand);
for k = 2:10
    snd_1a(k,:) = cos(k*2*pi*f*t);
    snd_1b(k,:) = cos(k*2*pi*f*t + 2*pi*rand);
    subplot(321), plot(t(1:200), sum(snd_1a(:,1:200)));
    subplot(322), plot(t(1:200), sum(snd_1b(:,1:200)));
    soundsc(sum(snd_1a), fs); pause(1.5*duration)
    soundsc(sum(snd_1b), fs); pause(1.5*duration)
end;
```

## • Obdélníkový průběh

$$x(t) = \frac{1}{2k+1} \sum_{k=0}^{\infty} \sin((2k+1)\omega_0 t)$$



$$x(t) = \frac{1}{2k+1} \sum_{k=0}^{\infty} \sin((2k+1)\omega_0 t + 2\pi \cdot \text{rand}(k))$$



## • Obdélníkový průběh

```
snd_2a(1,:) = sin(2*pi*f*t);  
snd_2b(1,:) = sin(2*pi*f*t + 2*pi*rand);  
for k = 3:2:18  
    snd_2a(k,:) = (1/k) * sin(k*2*pi*f*t);  
    snd_2b(k,:) = (1/k) * sin(k*2*pi*f*t + 2*pi*rand);  
    subplot(323), plot(t(1:200), sum(snd_2a(:,1:200)));  
    subplot(324), plot(t(1:200), sum(snd_2b(:,1:200)));  
    soundsc(sum(snd_2a), fs); pause(1.2*duration)  
    soundsc(sum(snd_2b), fs); pause(1.2*duration)  
end;
```

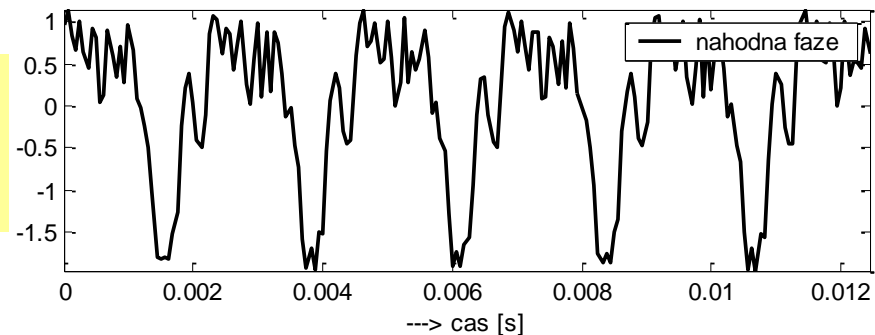
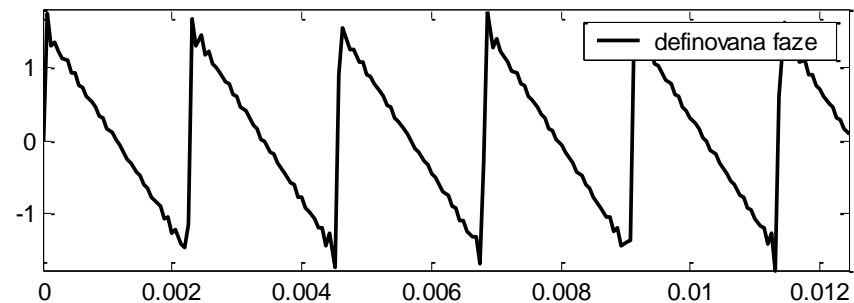
# Aditivní syntéza periodických průběhů

## • Pilový průběh

$$x(t) = \frac{1}{k} \sum_{k=1}^{\infty} \sin(k\omega_0 t)$$

$$x(t) = \frac{1}{k} \sum_{k=1}^{\infty} \sin(k\omega_0 t + 2\pi \cdot \text{rand}(k))$$

Syntéza periodického pilového průběhu  $f_0=440$  Hz,  $T=23$ ms





# Aditivní syntéza periodických průběhů

## • Pilový průběh

```
snd_3a(1,:) = sin(2*pi*f*t);  
snd_3b(1,:) = sin(2*pi*f*t + 2*pi*rand);  
for k = 2:18  
    snd_3a(k,:) = (1/k) * sin(k*2*pi*f*t);  
    snd_3b(k,:) = (1/k) * sin(k*2*pi*f*t + 2*pi*rand);  
    subplot(325), plot(t(1:200), sum(snd_3a(:,1:200)))  
    subplot(326), plot(t(1:200), sum(snd_3b(:,1:200)))  
    soundsc(sum(snd_3a), fs), pause(1.2*duration)  
    soundsc(sum(snd_3b), fs), pause(1.2*duration)  
end;
```

# Barva zvuku = obsah spektrálních složek

- **Jasně zvuky** – zdůrazněné sudé harmonické

$$x(t) = 0,2 \sin(\omega_0 t) + 0,6 \sin(2 \cdot \omega_0 t) + 0,4 \sin(3 \cdot \omega_0 t) + \\ + 0,6 \sin(4 \cdot \omega_0 t) + 0,4 \sin(5 \cdot \omega_0 t)$$



- **Duté zvuky** – pouze liché harmonické

$$x(t) = 0,8 \sin(\omega_0 t) + 0,4 \sin(3 \cdot \omega_0 t) + 0,2 \sin(5 \cdot \omega_0 t)$$

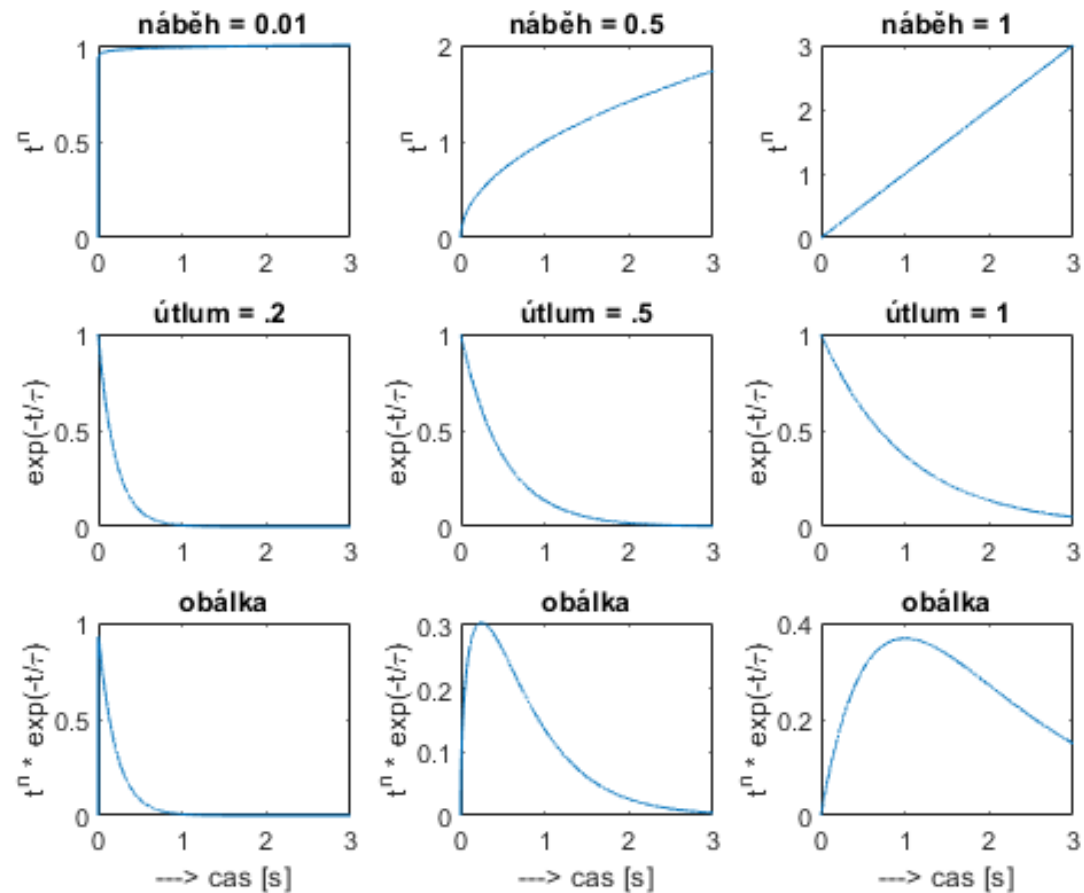


# Aditivní syntéza – příklady

## • Analýza obálky

obálka

$$= A * t^n * \exp(-t/\tau)$$



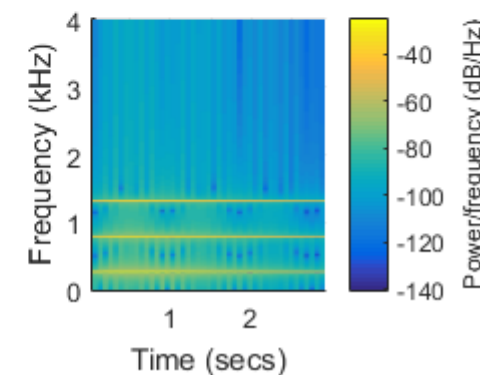
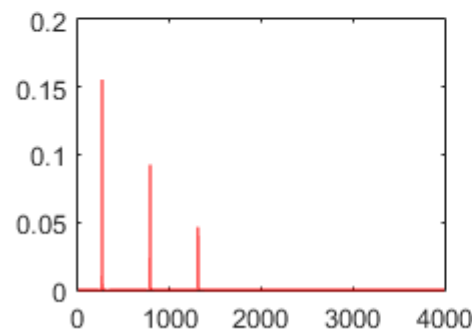
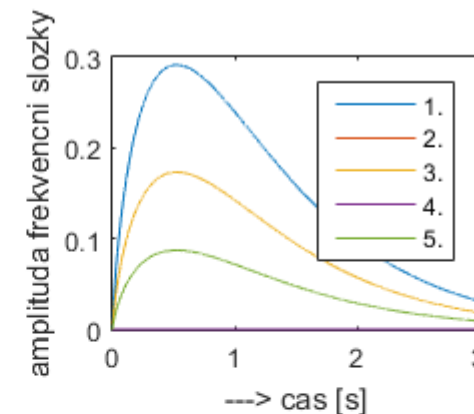
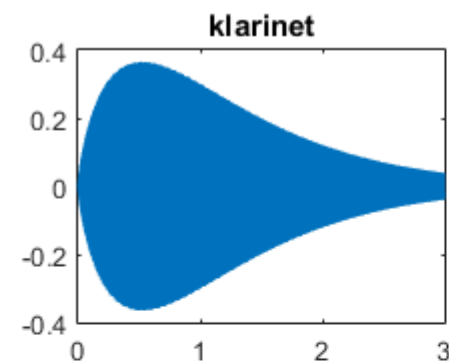


frekvenční složka =  $k * f_0$

obálka =  $A * t^n * \exp(-t/\tau)$

**KLARINET**  $f_0 = 262 \text{ Hz}$

k	A	n	tau
1.0000	1.0000	0.7500	0.7000
2.0000	0	0.7500	0.3000
3.0000	0.5000	0.7500	0.7000
4.0000	0	0.7500	0.7000
5.0000	0.2000	0.7500	0.7000



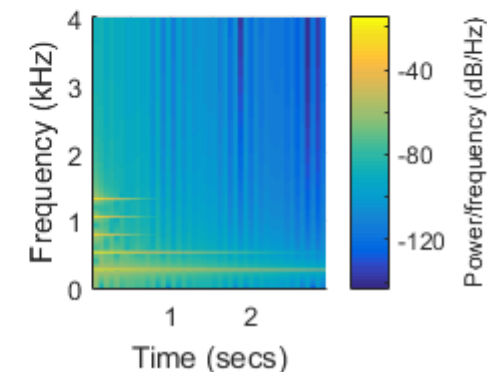
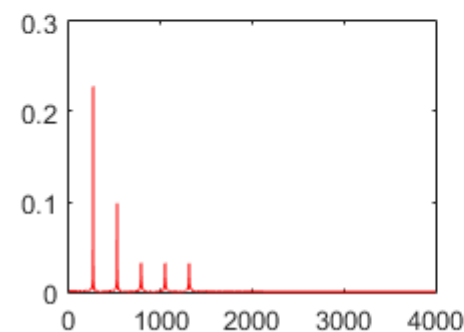
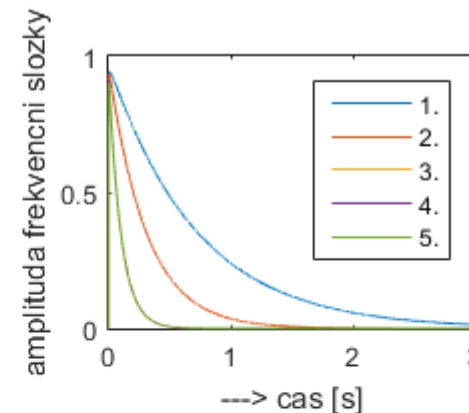
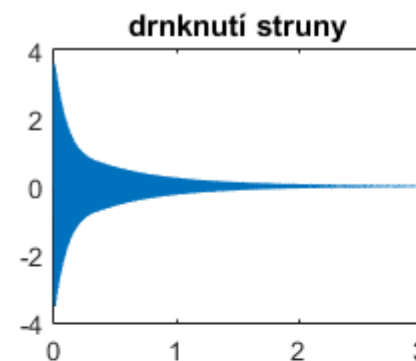
# Aditivní syntéza – příklady

frekvenční složka =  $k * f_0$

obálka =  $A * t^n * \exp(-t/\tau)$

**BICÍ**  $f_0 = 262 \text{ Hz}$

k	A	n	tau
1.0000	1.0000	0.0100	0.7000
1.5800	1.0000	0.0100	0.3000
3.0000	1.0000	0.0100	0.1000
2.2400	0.3000	0.0100	0.4000
2.5500	0.3000	0.0100	0.1000



# Aditivní syntéza – příklady

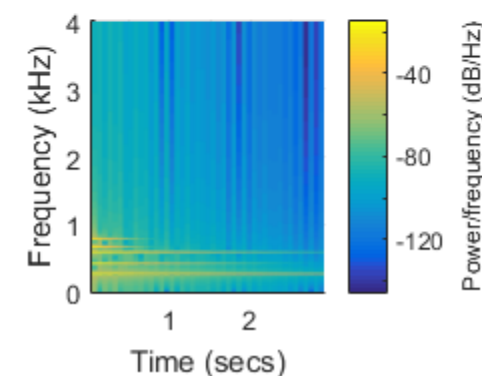
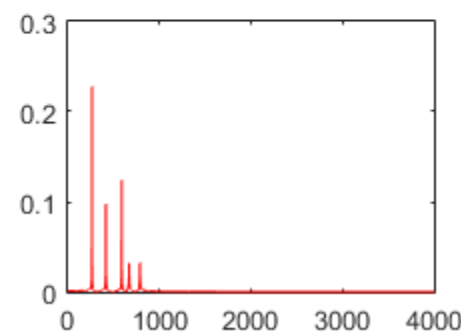
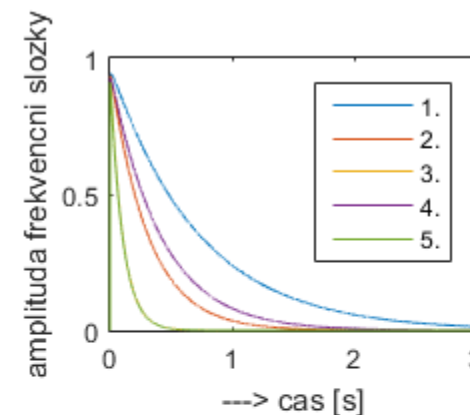
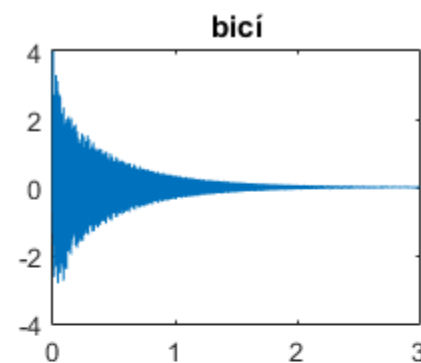


frekvenční složka =  $k * f_0$

obálka =  $A * t^n * \exp(-t/\tau)$

**BICÍ**  $f_0 = 262 \text{ Hz}$

k	A	n	tau
1.0000	1.0000	0.0100	0.7000
1.5800	1.0000	0.0100	0.3000
3.0000	1.0000	0.0100	0.1000
2.2400	0.3000	0.0100	0.4000
2.5500	0.3000	0.0100	0.1000



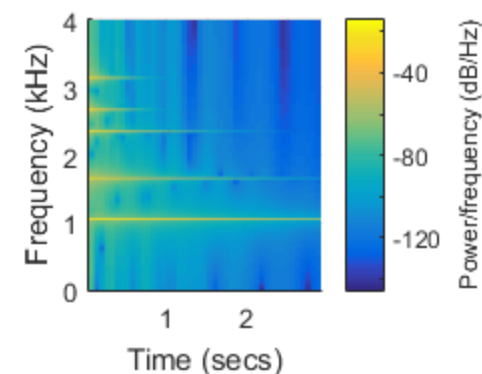
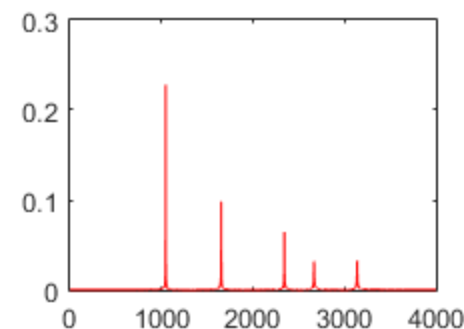
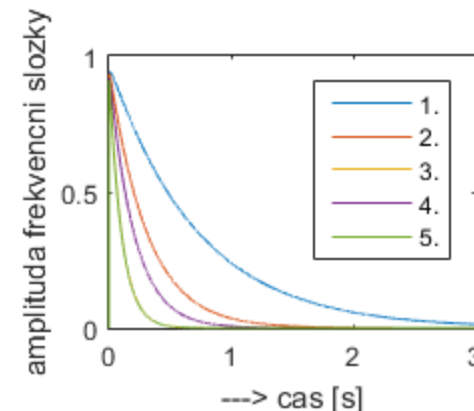
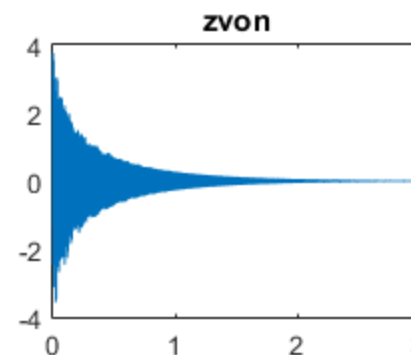
# Aditivní syntéza – příklady

frekvenční složka =  $k * f_0$

obálka =  $A * t^n * \exp(-t/\tau)$

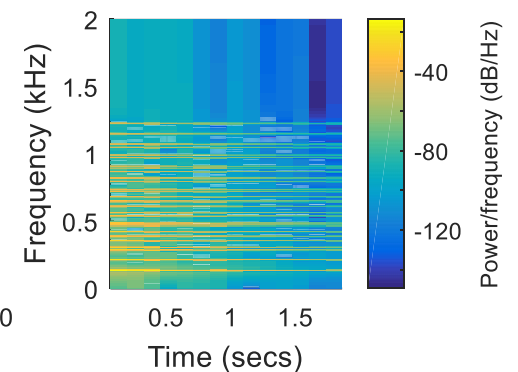
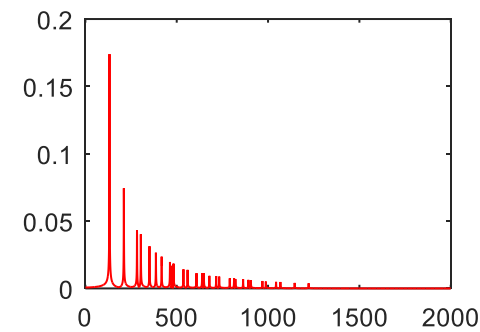
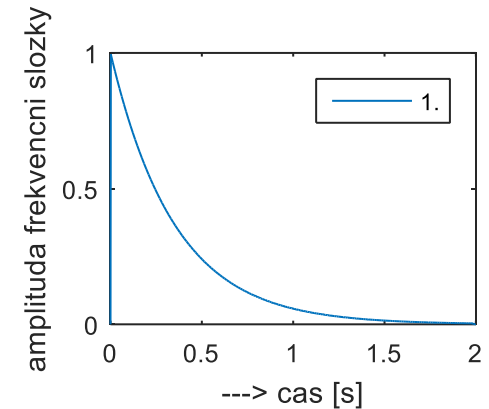
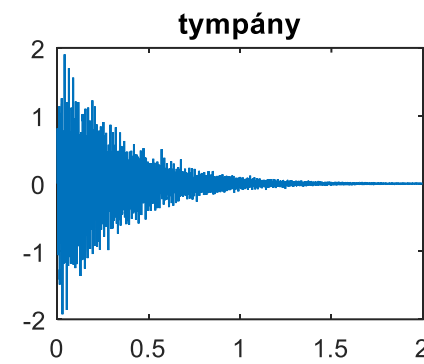
**BICÍ**  $f_0 = 262 \text{ Hz}$

k	A	n	tau
1.0000	1.0000	0.0100	0.7000
1.5800	1.0000	0.0100	0.3000
3.0000	1.0000	0.0100	0.1000
2.2400	0.3000	0.0100	0.4000
2.5500	0.3000	0.0100	0.1000



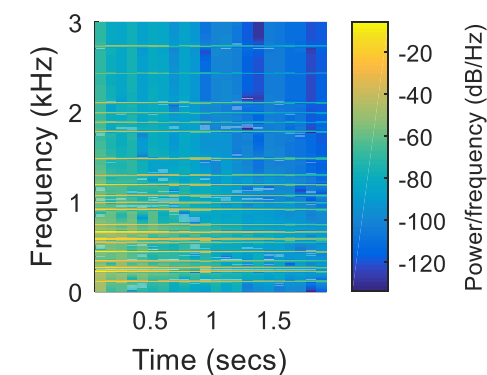
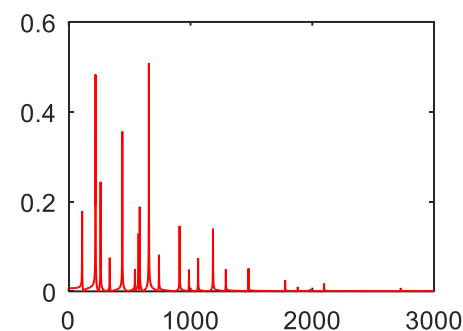
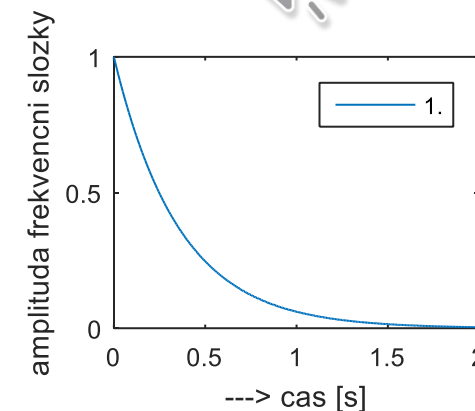
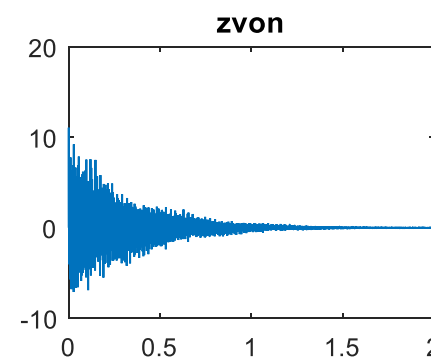
# Aditivní syntéza – příklady

**TYMPÁNY**  $f_0 = 132 \text{ Hz}$        $T = 2 \text{ s}$   
 frekvenční složky =  $k * f_0$   
 obálky =  $A * \exp(-2.8*t) * \text{interp1}(X,Y,t)$   
 $X = [0 \ 0.002 \ T * .99 \ T]$   
 $Y = [0 \ 1 \ .9 \ 0]$



# Aditivní syntéza – příklady

**ZVON**  $f_0 = 110 \text{ Hz}$       $T = 2 \text{ s}$   
 frekvenční složky =  $k * f_0$   
 obálka =  $A * \exp(-0.8*t)$



# Aditivní syntéza – příklady

% **FLÉTNY**  $f_0 = 440$  Hz       $T = 1$  s

$f_1 = f_0 \cdot 2^{(3/12)}$  Hz  $T = 1$  s

$f_2 = f_0 \cdot 2^{(7/12)}$  Hz  $T = 1$  s

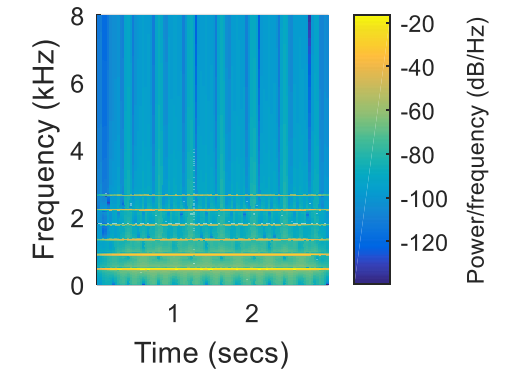
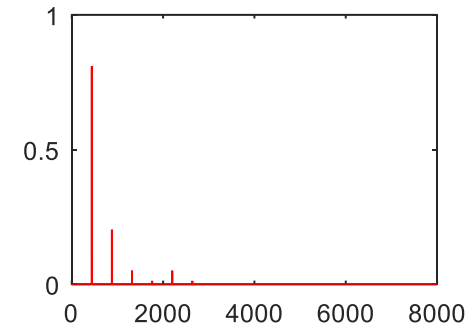
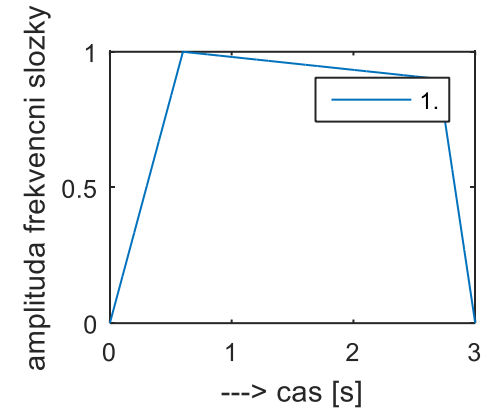
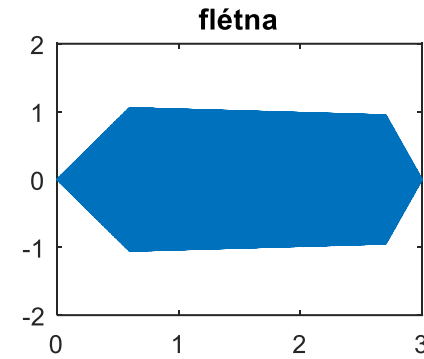
frekvenční složky =  $k \cdot f_0$

obálky =  $A \cdot \text{interp1}(X, Y, t)$

$X = [0 \ .2 \ .9 \ 1]$

$Y = [0 \ 1 \ .9 \ 0]$

k	A	A
1.0000	1.0000	1.0000
2.0000	0.2500	0.0500
3.0000	0.0625	0.0250
4.0000	0.0156	0.0005
5.0000	0.0625	0.0010
6.0000	0.0156	0.0005



# Aditivní syntéza – příklady

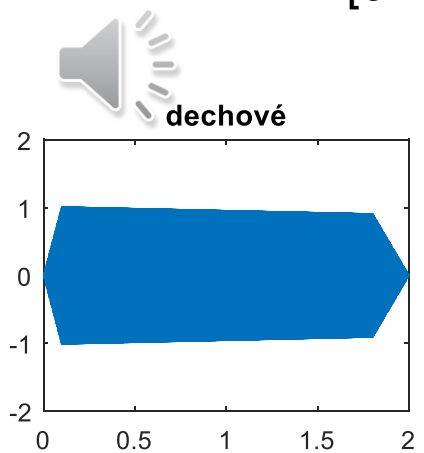
**DECHOVÉ NÁSTROJE**  $f_0 = 440$  Hz       $T = 2$  s

frekvenční složky =  $k * f_0$

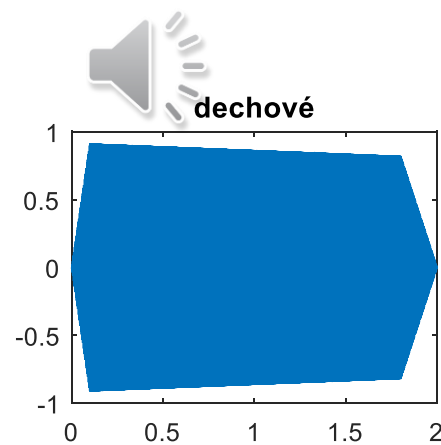
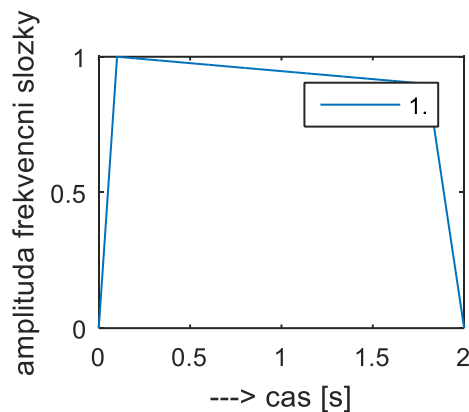
obálky =  $A * \text{interp1}(X, Y, t)$

$X = [0 \ .1 \ T*.9 \ T]$

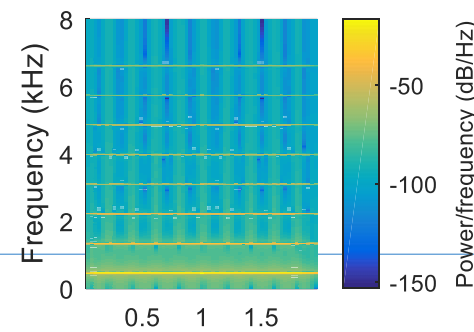
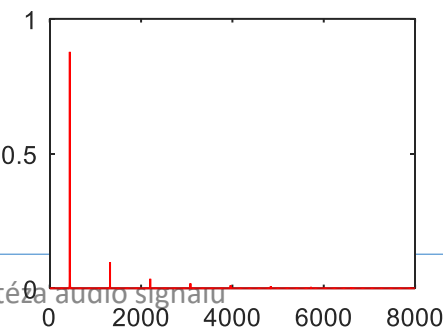
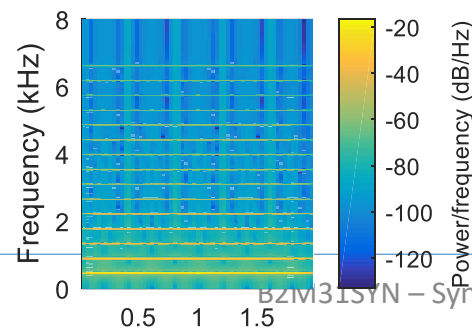
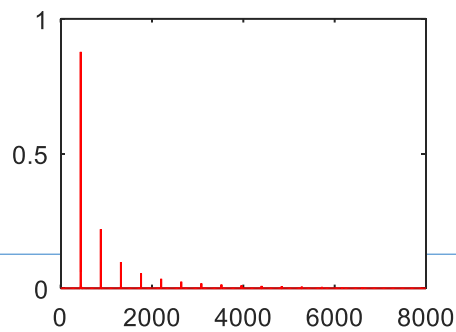
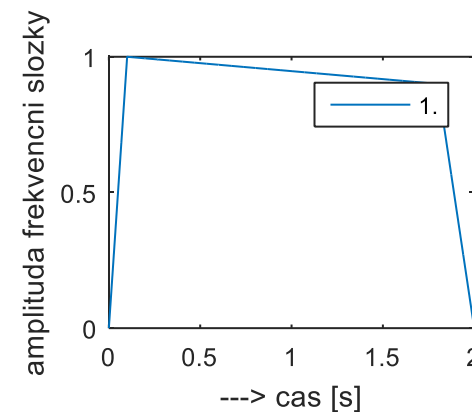
$Y = [0 \ 1 \ .9 \ 0]$



dechové



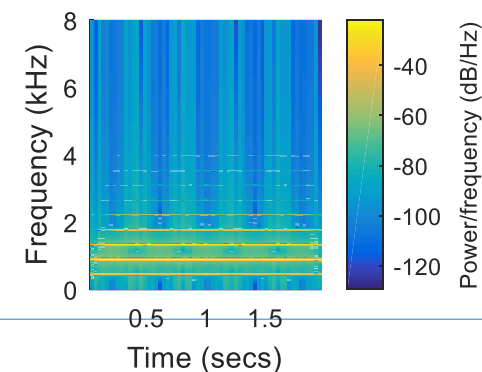
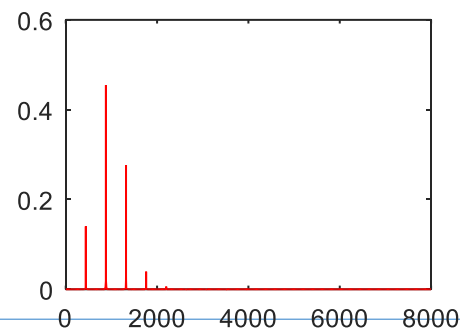
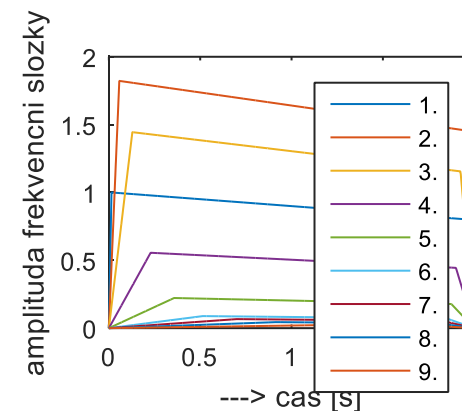
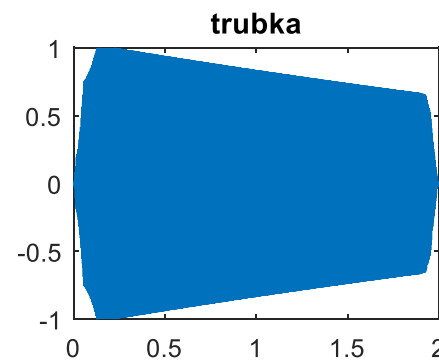
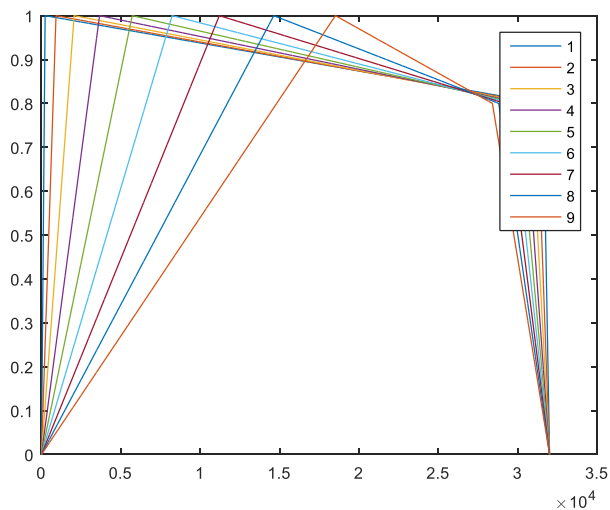
dechové



# Aditivní syntéza – příklady

% Příklad z aditivní syntézy s obálkami typu ADSR

**TRUBKA**  $f_0 = 440$  Hz       $T = 3$  s  
 frekvenční složky =  $k * f_0$   
 obálky =  $A * \text{interp1}(X, Y, t)$   
 obálka  $Y = [0 \ 1 \ .8 \ 0]$





# Aditivní syntéza – příklady

- **zvonek**

clear

fs =44100;

% vzorkovací frekvence

T1 =0.06;

% doba mezi udery

T2 =0.480;

% delka posledního uderu

f01=180;

% zakladni frekvence 1.zvonku

f02=181;

% zakladni frekvence 2.zvonku

A=[.01 .1 1 1];

% amplitudy ctyr oscilatoru

K=[ 5 10 20 40];

% nasobky zakl.frekvence

% jednotlivych oscilatoru

M=2;

% pocet serii zvoneni

N=4;

% celkovy pocet uderu = 2\*N+1



# Aditivní syntéza – příklady

## • zvonek

```
for m = 1:M
    for n = 1:N
        % First bell hit
        x1 = A * sin(2 * pi * K' * (f01 .* t));
        x1 = x1 .* exp(-t/T1); % Apply exponential decay envelope
        % Second bell hit (detuned)
        x2 = A * sin(2 * pi * K' * (f02 .* t));
        x2 = x2 .* exp(-t/T1); % Apply exponential decay envelope
        % Concatenate hits into the signal
        x = [x, x1(1:T1*fs), x2(1:T1*fs)];
    end
end
x = [x, x1]; % Add the final hit of the first bell
```



# Barva zvuku – periodické průběhy

- **Syntéza barvy hudebních nástrojů**

<b>průběh</b>	<b>simulace</b>	<b>nástroje</b>
<b>pila</b>	<b>tření smyčce</b>	<b>smyčce</b>
<b>trojúhelník</b>	<b>pohyb vzduchového válce</b>	<b>flétny</b>
<b>obdélník pravoúhlý</b>	<b>dutý zvuk píšťal (liché harm.)</b>	<b>klarinet, flétny, varhany</b>
<b>obdélníkové úzké pulsy</b>	<b>jazýčky a rty</b>	<b>hoboj, fagot a trubka</b>