

# Základy úrokového počtu

---

ING. BLANKA KUČERKOVÁ

# Principy úrokového počtu

---

- existuje časová hodnota peněz
- koruna dnes má větší hodnotu než koruna získaná zítra
- může být ihned investována a přinášet výnos
- splátka = úrok + úmor

# Úroková míra

---

Základem úročení je **úroková míra** a **období za kterou se úroky připisují**

- p.a. (per annum) roční úroková míra roční připisování úroků
- p.s. (per semestre) pololetní úroková míra  $= \frac{1}{2} \times \text{p.a.}$  půlroční připisování úroků
- p.q. (per quartale) čtvrtletní úroková míra  $= \frac{1}{4} \times \text{p.a.}$  čtvrtletní připisování úroků
- p.m. (per mensem) měsíční úroková míra  $= \frac{1}{12} \times \text{p.a.}$  měsíční připisování úroků
- p.d. (per diem) denní úroková míra  $= \frac{1}{365} \times \text{p.a.}$  denní připisování úroků

# Typy úročení

---

- Jednoduché úročení
- Složené úročení
- Smíšené úročení

Dle připisování úroků:

- polhůtní
- předlhůtní

# Jednoduché úročení – výpočet úroku

---

□ počet dní

- ACT (skutečný)
- 30 E (celé měsíce mají 30 dní)
- 30 A (poslední měsíc může mít 31 dní)

□ délka roku

- 365/ 366 dní v přestupném roce
- 360

## Standards pro výpočet úroků

ACT/365      anglická metoda

ACT/360      mezinárodní standard/ francouzská metoda

30 E/360      obchodní evropský standard/ německá metoda

30 A/360 obchodní americký standard

# Jednoduché úročení

---

## Výpočet budoucí hodnoty

$$FV = PV * \left( 1 + i * \frac{k}{n} \right)$$

$k$

počet dnů

$n$

počet dnů v daném období (rok 360/365)

$i$

úroková míra za úročené období

## Použití:

- Výpočet úroku z krátkodobého úvěru
- Výpočet penále z faktury
- Výpočet vkladu
- Časové porovnání hodnotových toků

# Příklad (výpočet budoucí hodnoty – jednoduché úročení)

---

Kolik si vyberete po půl roce (180 dní), je-li úroková sazba 2 % p.a. (implicitně znamená p.a./p.a.) a počáteční vklad činil 150 000 Kč?

# Spoření

---

Pravidelně ukládám konstantní částku  $m$ -krát ročně na začátku nebo na konci období

**Střadatel předlhůtní**

$m$  počet vkladů za období připsání úroku (p.a., p.s., p.m., p.q., p.d.)

$$S^- = m + \frac{m+1}{2} i$$

PV vložená částka (současná hodnota)

**Střadatel polhůtní**

FV částka na konci období (budoucí hodnota)

$$S^+ = m + \frac{m-1}{2} i$$

H pravidelně ukládaná částka

K výsledná naspořená částka

# Složené úročení – úrok

---

**Efektivní úroková míra  $i_{ef}$**  - taková roční úroková míra, která odpovídá nominální roční úrokové míře  $i$  při úročení  $m$ -krát ročně. Má stejný efekt jako daný systém úrokování za celé období.

Platí následující vztahy:

$$(1 + i_{ef}) = \left(1 + \frac{i}{m}\right)^m$$

$$i_{ef} = \left(1 + \frac{i}{m}\right)^m - 1$$

$i_{ef}$     efektivní roční úroková míra

$i$       roční úroková míra

$m$      počet období za rok

# Příklad: přepočet úrokové míry

---

□ *Přepočet úrokové sazby bez změny úrokování:*

Čtvrtletní úrok mohu převést na roční, měsíční, pololetní bez změny úrokování neboli bez změny připisování úroků. Úrok 1.5 % p.q./p.q. => 3 % p.s./p.q. => 6 % p.a./p.q. => 0.5 % p.m./p.q

□ *Přepočet úrokové sazby se změnou úrokování (efektivní úrok):*

1.5 % p.q./p.q.  $\neq$  3 % p.s./p.s.      správně  $i = (1 + 0,015)^2 - 1 = 3,0225$  % p.s./p.s.

1.5 % p.q./p.q.  $\neq$  6 % p.a./p.a.      správně  $i = (1 + 0,015)^4 - 1 = 6,1364$  % p.a./p.a.

1.5 % p.q./p.q.  $\neq$  0.5 % p.m./p.m.      správně  $i = (1 + 0,015)^{\frac{1}{3}} - 1 = 0,4975$  % p.m./p.m.

# Výpočet budoucí hodnoty (složené úročení)

---

Výpočet jednorázového vkladu:

$$FV = PV * \left( 1 + \frac{i}{m} \right)^{m*T}$$

$T$  počet let

$m$  počet období za rok

$PV$  vložená částka v roce  $T=0$  (současná hodnota)

$FV$  konečná částka v roce  $T$  (budoucí hodnota)

$i$  roční úroková míra

# Příklad

---

Jak velkou částku si budete moci vybrat z účtu, pokud jste uložili 200 000 Kč při úrokové sazbě 4 % p.a./p.q. na 4 roky a 4 měsíce.

# Střadatel

---

Koeficient pro výpočet celkové naspořené budoucí hodnoty včetně úroků, kterou získáme pravidelným střádáním (spořením, ukládáním) částky.

**Střadatel předlhůtní:** Na začátku období ukládáme pravidelně částku  $H$ , za  $T$  let naspoříme částku  $K$ , přičemž  $i$  je roční úroková míra

$$S^{-} = q \times \frac{q^T - 1}{q - 1}$$

$$K = H * q * \frac{q^T - 1}{q - 1} = H * (1 + i) * \frac{(1 + i)^T - 1}{(1 + i) - 1}$$

# Střadatel

---

**Střadatel polhůtní:** Na konci období ukládáme pravidelně částku  $H$ , za  $T$  let naspoříme částku  $K$ , přičemž  $i$  je roční úroková míra

$$S^+ = \frac{q^T - 1}{q - 1}$$

$$K = H \times \frac{q^T - 1}{q - 1} = H \times \frac{(1 + i)^T - 1}{i}$$

# Příklad: střadatel

---

Kolik uspoříme za jeden rok, budeme – li pravidelně na začátku měsíce ukládat částku 1 500 Kč a roční úroková sazba bude činit a) 2,4 % p.a., b) 2,4 % p.a./p.q. a c) 2,4 % p.a./p.q.?

# Zásobitel

---

Koeficient pro výpočet současné hodnoty budoucích pravidelných výběrů (zásobuji se) včetně připsaných úroků.

Jak velkou částku  $K$  musíme dnes uložit na účet, jestliže chci každý rok vybírat částku  $H$ , přičemž  $i$  je roční úroková míra.

$$\mathbf{Z}^+ = \frac{q^T - 1}{q^T \times (q - 1)} = \mathbf{S}^+ \times \frac{1}{q^T}$$

$$K = H \times \frac{q^T - 1}{q^T \times (q - 1)} = H \times \frac{(1 + i)^T - 1}{(1 + i)^T \times [(1 + i) - 1]}$$

# Příklad

---

Jakou částku musíme dnes uložit na účet, aby z něj bylo možné po dobu 10 let při roční úrokové míře 4,8 % s čtvrtletním připisováním úroků (p.a./p.q.) na konci každého roku čerpat částku 55 000 Kč?

# Anuita

---

Koeficient pro výpočet pravidelných budoucích polhůtních plateb včetně úroku ze současné hodnoty (Splácení půjčky).

Jak velkou konstantní splátku  $s$  (anuitu) budu splácet na konci období, mám - li úvěr velikosti  $U$  při úrokové míře  $i$ , kde  $T$  je počet let splatnosti úvěru.

$$a = \frac{q^T \times (q - 1)}{q^T - 1} = \frac{(1 + i)^T \times [(1 + i) - 1]}{(1 + i)^T - 1} = \frac{1}{Z^+}$$

$$s = U * \frac{q^T * (q - 1)}{q^T - 1} = U * a$$

# Příklad

---

Spotřebitelský úvěr ve výši 150 000 Kč je nutné splácet po dobu 5 let stejnými měsíčními polhůtními částkami. Vypočtete výši splátky, pokud je úroková míra 6 % p.a./p.m.

# Perpetuita

---

Věčný výnos, neboli nekonečný pravidelný hotovostní tok pravidelných peněžních příjmů ve stejné výši. Současnou hodnotu perpetuity, což odpovídá zásobiteli limitně jdoucímu do nekonečna, vypočteme jako:

$$p = \frac{1}{i}$$

$$PV = A * \lim_{T \rightarrow \infty} \left( \frac{q^T - 1}{q^T * (q - 1)} \right) = \frac{A}{i}$$

|   |                                                     |
|---|-----------------------------------------------------|
| A | výše perpetuity (pravidelná platba) za jedno období |
| i | roční úroková míra                                  |

# Příklad:

---

Zavedli jste si spoření k důchodu. Budete ukládat pravidelně měsíčně částku 1.000,- Kč po dobu 40 let. Částku vkládáte na konci každého měsíce. Reálné zhodnocení takto ukládaných prostředků očekáváte ve výši 3 % p. a. Jakou maximální konstantní měsíční částku si můžete vybírat z naspořených peněz po dobu 30 let, za předpokladu, že reálné zhodnocení prostředků v tomto období budou 2 % p.a. (předpokládejte výběr prostředků na začátku měsíce)? Po celou dobu očekáváte roční míru inflace 2 %. Výnosy počítejte v celých procentech.

# Příklad

---

Jako vítěz soutěže si můžete vybrat mezi těmito peněžními odměnami:

- a) 95 000 Kč okamžitě
- b) 165 000 Kč koncem 5. roku
- c) Každý rok po dobu 10 let částku 15 000, která vám bude na začátku každého roku ukládána na účet s roční úrokovou sazbou 10,5 % p.a.
- d) 9 900 Kč každý rok, po věčné časy

Oportunitní výnos pro všechny varianty je 8 %. Kterou variantu si vyberete?

---

Děkuji za pozornost

