

Základy úrokového počtu

ING. BLANKA KUČERKOVÁ

Principy úrokového počtu

- existuje časová hodnota peněz
- koruna dnes má větší hodnotu než koruna získaná zítra
- může být ihned investována a přinášet výnos
- splátka = úrok + úmor

Typy úročení

- Jednoduché úročení
- Složené úročení
- Smíšené úročení

Dle připisování úroků:

- polhůtní (dekurzivní)
- předlhůtní (anticipativní)

Úroková míra

Základem úročení je **úroková míra** a **období za kterou se úroky připisují**

- p.a. (per annum) roční úroková míra roční připisování úroků
- p.s. (per semestre) pololetní úroková míra $= \frac{1}{2} \times \text{p.a.}$ půlroční připisování úroků
- p.q. (per quartale) čtvrtletní úroková míra $= \frac{1}{4} \times \text{p.a.}$ čtvrtletní připisování úroků
- p.m. (per mensem) měsíční úroková míra $= \frac{1}{12} \times \text{p.a.}$ měsíční připisování úroků
- p.d. (per diem) denní úroková míra $= \frac{1}{365} \times \text{p.a.}$ denní připisování úroků

Jednoduché úročení – výpočet úroku

□ počet dní

- ACT (skutečný)
- 30 E (celé měsíce mají 30 dní)
- 30 A (poslední měsíc může mít 31 dní)

□ délka roku

- 365/ 366 dní v přestupné roce
- 360

Standards pro výpočet úroků

ACT/365 anglická metoda

ACT/360 mezinárodní standard/ francouzská metoda

30 E/360 obchodní evropský standard/ německá metoda

30 A/360 obchodní americký standard

Jednoduché úročení

Výpočet budoucí hodnoty

$$FV = PV * \left(1 + i \frac{k}{n} \right)$$

k

počet dnů

n

počet dnů v daném období (rok 360)

i

úroková míra za úročené období

Použití:

- Výpočet úroku z krátkodobého úvěru
- Výpočet penále z faktury
- Výpočet vkladu
- Časové porovnání hodnotových toků

Příklad (výpočet budoucí hodnoty – jednoduché úročení)

Kolik si vyberete po půl roce (180 dní), je-li úroková sazba 2 % p.a. (implicitně znamená p.a./p.a.) a počáteční vklad činil 150 000 Kč?

Spoření

Pravidelně ukládám konstantní částku m -krát ročně na začátku nebo na konci období

Střadatel předlhůtní

m počet vkladů za období připsání úroku (pa, ps, pm, pq, pd)

$$S^- = m + \frac{m+1}{2}i$$

PV vložená částka (současná hodnota)

Střadatel polhůtní

FV částka na konci období (budoucí hodnota)

$$S^+ = m + \frac{m-1}{2}i$$

H pravidelně ukládaná částka

K výsledná naspořená částka

Složené úročení – úrok

Efektivní úroková míra i_{ef} - taková roční úroková míra, která odpovídá nominální roční úrokové míře i při úročení m -krát ročně. Má stejný efekt jako daný systém úrokování za celé období.

Platí následující vztahy:

$$(1 + i_{ef}) = \left(1 + \frac{i}{m}\right)^m$$

$$i_{ef} = \left(1 + \frac{i}{m}\right)^m - 1$$

i_{ef} efektivní roční úroková míra

i roční úroková míra

m počet období za rok

Příklad: přepočet úrokové míry

□ *Přepočet úrokové sazby bez změny úrokování:*

Čtvrtletní úrok mohu převést na roční, měsíční, pololetní bez změny úrokování neboli bez změny připisování úroků. Úrok 1.5 % p.q./p.q. => 3 % p.s./p.q. => 6 % p.a./p.q. => 0.5 % p.m./p.q

□ *Přepočet úrokové sazby se změnou úrokování (efektivní úrok):*

1.5 % p.q./p.q. $\neq$ 3 % p.s./p.s. správně $i = (1 + 0,015)^2 - 1 = 3,0225$ % p.s./p.s.

1.5 % p.q./p.q. $\neq$ 6 % p.a./p.a. správně $i = (1 + 0,015)^4 - 1 = 6,1364$ % p.a./p.a.

1.5 % p.q./p.q. $\neq$ 0.5 % p.m./p.m. správně $i = (1 + 0,015)^{\frac{1}{3}} - 1 = 0,4975$ % p.m./p.m.

Výpočet budoucí hodnoty

Výpočet jednorázového vkladu:

$$FV = PV * \left(1 + \frac{i}{m} \right)^{m*T}$$

T počet let

m počet období za rok

PV vložená částka v roce $T=0$ (současná hodnota)

FV konečná částka v roce T (budoucí hodnota)

i roční úroková míra

Střadatel

Koeficient pro výpočet celkové naspořené budoucí hodnoty včetně úroků, kterou získáme pravidelným střádáním (spořením, ukládáním) částky.

Střadatel předlhůtní: Na začátku období ukládáme pravidelně částku H , za T let naspoříme částku K , přičemž i je roční úroková míra

$$S^- = q \times \frac{q^T - 1}{q - 1}$$

$$K = H \times q \times \frac{q^T - 1}{q - 1} = H \times q \times \frac{q^T - 1}{q - 1} H \times (1 + i) \times \frac{(1 + i)^T - 1}{i}$$

Střadatel

Střadatel polhůtní: Na konci období ukládáme pravidelně částku H , za T let naspoříme částku K , přičemž i je roční úroková míra

$$S^+ = \frac{q^T - 1}{q - 1}$$

$$K = H \times \frac{q^T - 1}{q - 1} = H \times \frac{(1 + i)^T - 1}{i}$$

Příklad: střadatel

Kolik uspoříme za jeden rok, budeme – li pravidelně na začátku měsíce ukládat částku 1 500 Kč a roční úroková sazba bude činit a) 2,5 % p.a, b) 2,5 % p.a/p.m., c) 2,5 % p.a./p.q. ?

Zásobitel

Koeficient pro výpočet současné hodnoty budoucích pravidelných výběrů (zásobuji se) včetně připsaných úroků.

Jak velkou částku K musíme dnes uložit na účet, jestliže chci každý rok vybírat částku H , přičemž i je roční úroková míra.

$$\mathbf{Z}^+ = \frac{q^T - 1}{q^T \times (q - 1)} = \mathbf{S}^+ \times \frac{1}{q^T}$$

$$K = H \times \frac{q^T - 1}{q^T \times (q - 1)} = H \times \frac{(1 + i)^T - 1}{(1 + i)^T \times [(1 + i) - 1]}$$

Anuita

Koeficient pro výpočet pravidelných budoucích polhůtních plateb včetně úroku ze současné hodnoty (Splácení půjčky).

Jak velkou konstantní splátku s (anuitu) budu splácet na konci období, mám - li úvěr velikosti U při úrokové míře i , kde T je počet let splatnosti úvěru.

$$a = \frac{q^T \times (q - 1)}{q^T - 1} = \frac{(1 + i)^T \times [(1 + i) - 1]}{(1 + i)^T - 1} = \frac{1}{Z^+}$$

$$s = U * \frac{q^T * (q - 1)}{q^T - 1} = U * a$$

Perpetuita

Věčný výnos, neboli nekonečný pravidelný hotovostní tok pravidelných peněžních příjmů ve stejné výši. Současnou hodnotu perpetuity, což odpovídá zásobiteli limitně jdoucímu do nekonečna, vypočteme jako:

$$p = \frac{1}{i}$$

$$PV = A * \lim_{T \rightarrow \infty} \left(\frac{q^T - 1}{q^T * (q - 1)} \right) = \frac{A}{i}$$

A	výše perpetuity (pravidelná platba) za jedno období
i	roční úroková míra

Příklad:

Zavedli jste si spoření k důchodu. Budete ukládat pravidelně měsíčně částku 1.000,- Kč po dobu 40 let. Částku vkládáte na konci každého měsíce. Reálné zhodnocení takto ukládaných prostředků očekáváte ve výši 3 % p. a. Jakou maximální konstantní měsíční částku si můžete vybírat z naspořených peněz po dobu 30 let, za předpokladu, že reálné zhodnocení prostředků v tomto období budou 2 % p.a. (předpokládejte výběr prostředků na začátku měsíce)? Po celou dobu očekáváte roční míru inflace 2 %. Výnosy počítejte v celých procentech.

Příklad:

Jakou částku musíme dnes uložit na účet, aby z něj bylo možné po dobu 10 let při roční úrokové míře 4,8 % s čtvrtletním připisováním úroků (pa/pq) na konci každého roku čerpat částku 55 000 Kč.

Příklad

Jako vítěz soutěže si můžete vybrat mezi těmito peněžními odměnami:

- a) 95 000 Kč okamžitě
- b) 165 000 Kč koncem 5. roku
- c) Každý rok po dobu 10 let částku 15 000, která vám bude na začátku každého roku ukládána na účet s roční úrokovou sazbou 10,5 % p.a.
- d) 9 900 Kč každý rok, po věčné časy

Oportunitní výnos pro všechny varianty je 8 %. Kterou variantu si vyberete?